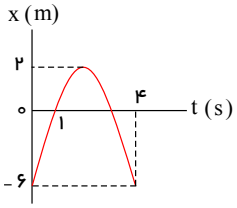
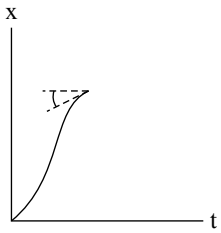
نام آزمون: حرکت ۲

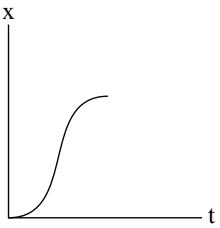
۱۰۷. نمودارمکان – زمان متحرکی که با شتاب ثابت در مسیر مستقیم حرکت می‌کند مطابق شکل است، سرعت متوسط در فاصله‌ی زمانی $t = ۱s$ تا $t = ۴s$ چند متر برثانیه است؟

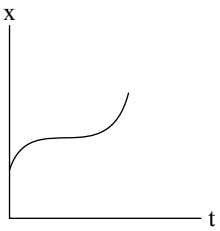


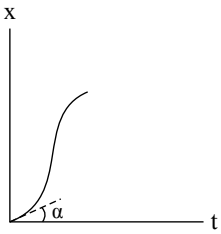
۱) ۲
۲) -۲
۳) ۶
۴) -۶

۱۰۸. اتومبیلی از حال سکون شروع به حرکت کرده و پس از طی مسافتی می‌ایستد. کدام نمودار می‌تواند معرف نمودار مکان – زمان حرکت اتومبیل باشد؟

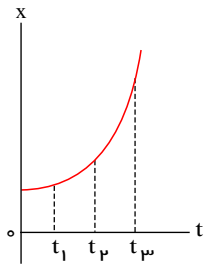
۱) 

۲) 

۳) 

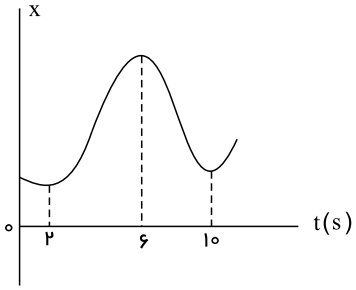
۴) 

۱۰۹. نمودار مکان – زمان متحرکی سهمی و مطابق شکل است. سرعت متوسط متحرک در کدام بازهٔ زمانی بیشتر است؟



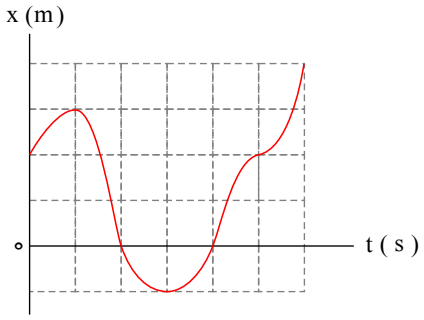
۱) $t_۱$ تا ۰
۲) $t_۳$ تا $t_۱$
۳) $t_۳$ تا $t_۲$
۴) بستگی به اندازه‌ی فاصله‌های زمانی دارد.

۱۱۰. نمودار مکان – زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. تندی متوسط در کدام‌یک از بازه‌های زمانی مشخص شده در گزینه‌ها بیشتر است؟



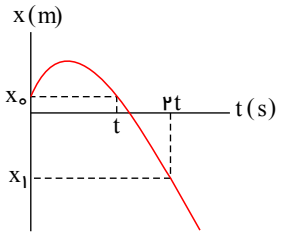
۱) صفر تا $۲s$
۲) صفر تا $۶s$
۳) $۲s$ تا $۱۰s$
۴) $۶s$ تا $۱۰s$

۱۱۱. نمودار مکان – زمان متحرکی که روی مسیری مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. تندی متوسط متحرک در شش ثانیهٔ اول حرکت چند برابر بزرگی سرعت متوسط متحرک در سه ثانیهٔ دوم حرکت است؟ (هریک از اضلاع مربع‌های کوچک یک واحد SI است.)



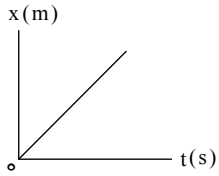
۱) $\frac{۳}{۵}$
۲) ۱
۳) $\frac{۵}{۴}$
۴) $\frac{۱}{۳}$

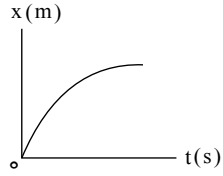
۱۱۲. نمودار مکان – زمان حرکت متحرکی مطابق شکل زیر است. نسبت سرعت متوسط متحرک در t ثانیهٔ دوم حرکت به سرعت متوسط آن در $۲t$ ثانیهٔ اول حرکت، کدام است؟

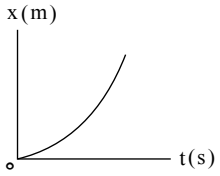


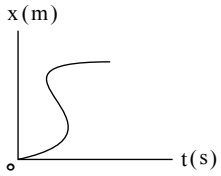
۱) ۱
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) ۲
۴) ۳

۱۱۳. متحرکی روی محور x در حال حرکت است. نمودار مکان – زمان آن مطابق کدام‌یک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند باشد؟

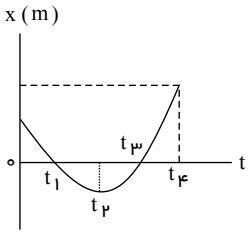
۱)


۲)


۳)


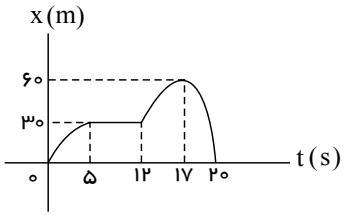
۴)


۱۱۴. نمودار مکان – زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام گزینه در مورد متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۴$ نادرست است؟



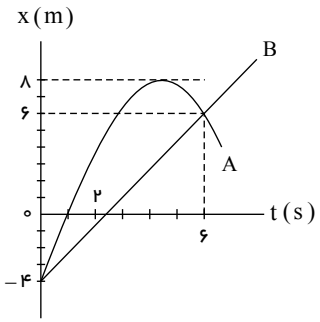
۱) متحرک یک بار تغییر جهت می‌دهد.
۲) در مبدأ زمان، جهت حرکت متحرک در جهت محور x است.
۳) جهت بردار مکان متحرک، دو بار تغییر می‌کند.
۴) سرعت متوسط متحرک در این بازهٔ زمانی، مثبت است.

۱۱۵. نمودار مکان – زمان متحرکی که روی مسیری مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط این متحرک در ۲۰ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟



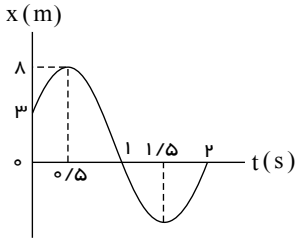
۱) صفر
۲) ۲
۳) ۶
۴) ۴

۱۱۶. نمودار مکان – زمان دو متحرک A و B که بر روی خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. نسبت تندی متوسط متحرک A به تندی متوسط متحرک B از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که دو متحرک در فاصلهٔ یکسانی از مبدأ مکان قرار دارند، چه‌قدر است؟



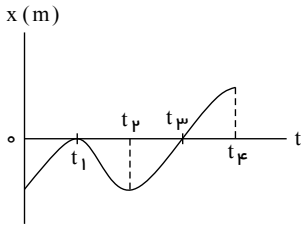
۱) $\frac{۵}{۳}$
۲) ۱
۳) $\frac{۴}{۳}$
۴) $\frac{۷}{۵}$

۱۱۷. نمودار مکان – زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. در مدت ۲ ثانیهٔ اول حرکت، جهت حرکت متحرک ..... بار تغییر کرده است و در بازهٔ زمانی ..... سرعت متوسط متحرک در خلاف جهت مثبت محور x است.



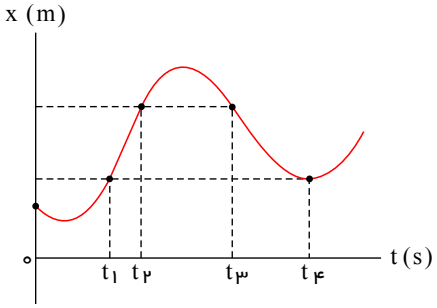
۱) ۲، $t_۱ = ۰/۵s$ تا $t_۲ = ۱/۵s$
۲) ۲، $t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۲s$
۳) ۳، $t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۲s$
۴) ۳، $t_۱ = ۰/۵s$ تا $t_۲ = ۱/۵s$

۱۱۸. نمودار مکان – زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در کدام بازهٔ زمانی مشخص شده در گزینه‌ها، بزرگی سرعت متوسط با تندی متوسط برابر است؟



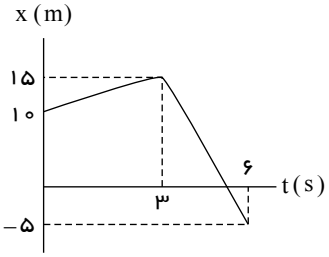
۱) صفر تا $t_۴$
۲) صفر تا $t_۲$
۳) $t_۱$ تا $t_۳$
۴) $t_۲$ تا $t_۴$

۱۱۹. نمودار مکان – زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. در کدام بازهٔ زمانی مشخص شده، اندازهٔ سرعت متوسط متحرک بیش‌تر از سایر بازه‌ها است؟



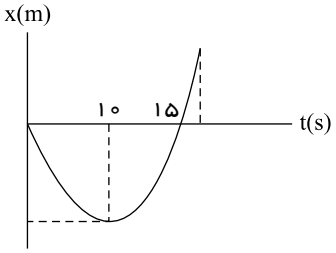
۱) صفر تا $t_۴$
۲) $t_۱$ تا $t_۲$
۳) $t_۲$ تا $t_۳$
۴) $t_۱$ تا $t_۳$

۱۲۰. در نمودار مکان - زمان روبه‌رو، جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط متحرک در شش ثانیهٔ اول حرکت، به ترتیب از راست به چپ، کدام‌اند؟



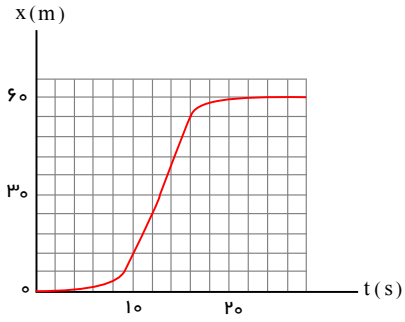
۱) $۲۰m\ ,\ ۱۵m$
۲) $۲۵m\ ,\ -۱۵m$
۳) $۲۵m\ ,\ ۱۵m$
۴) $۱۵m\ ,\ -۱۵m$

۱۲۱. نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متوسط متحرک بین دو لحظه‌ای که از مبدأ مکان می‌گذرد برابر $۲\frac{m}{s}$ و بزرگی سرعت متوسط آن در بازه زمانی ۱۰ تا ۱۹ ثانیه برابر $۳\frac{m}{s}$ باشد، بردار مکان متحرک در لحظهٔ $t = ۱۹s$ در SI کدام است؟



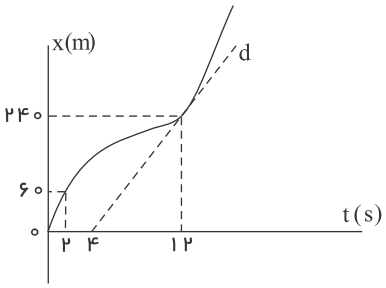
۱) $۱۰\vec{i}$
۲) $۱۱\vec{i}$
۳) $۱۲\vec{i}$
۴) $۱۳\vec{i}$

۱۲۲. شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت کرده است، بیشینه‌ی سرعت آن چند متر بر ثانیه است؟



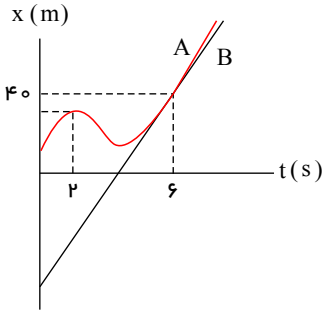
۱) ۳
۲) ۵
۳) ۷
۴) ۹

۱۲۳. نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. اگر تندی در لحظهٔ $t = ۱۲s$ برابر تندی متوسط در بازهٔ $t_۱ = ۲s$ تا $t_۲ = ۱۴s$ باشد، سرعت متوسط ۲ ثانیه اول چند برابر سرعت متوسط ۲ ثانیهٔ هفتم است؟ (خط d مماس بر نمودار در لحظهٔ $t = ۱۲s$ است.)



۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۳}{۵}$
۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۲۴. نمودار مکان - زمان متحرک A و B که بر روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک A در بازهٔ زمانی $t_1 = ۲s$ تا $t_۲ = ۶s$ برابر با $۴\frac{m}{s^۲}$ است. اگر دو نمودار در لحظهٔ $t_۲ = ۶s$ بر یکدیگر مماس باشند، مکان اولیهٔ متحرک B برحسب متر کدام است؟



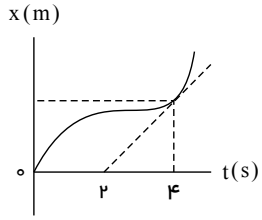
۱) -۵۶

۲) -۵۰

۳) -۶۸

۴) -۹۶

۱۲۵. نمودار مکان – زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۴s$، برابر با $۱۰\frac{m}{s}$ باشد، سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا ۴ ثانیه چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۲۰

۲) ۱۰

۳) ۵

۴) ۴

۱۲۶. کدام یک از گزینه‌های زیر الزاماً صحیح است؟

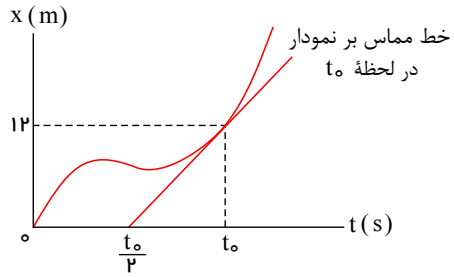
۱) همواره تندی متوسط با اندازهٔ سرعت متوسط متحرک برابر است.

۲) هرگاه متحرک روی خط راست حرکت کند، اندازهٔ بردار جابه‌جایی و مسافت پیموده شده توسط متحرک برابر است.

۳) همواره تندی لحظه‌ای متحرک برابر با اندازهٔ سرعت لحظه‌ای متحرک است.

۴) همواره شتاب متوسط و سرعت متوسط متحرک هم‌جهت هستند.

۱۲۷. در نمودار مکان - زمان شکل زیر، اگر تندی لحظه‌ای متحرک در لحظهٔ $t_۰$، $۲m/s$ بزرگ‌تر از بزرگی سرعت متوسط متحرک در $t_۰$ ثانیهٔ اول حرکت باشد، $t_۰$ برحسب ثانیه کدام است؟



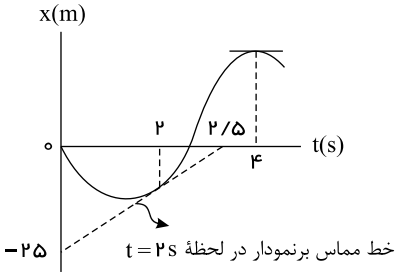
۱) ۱۲

۲) ۴

۳) ۸

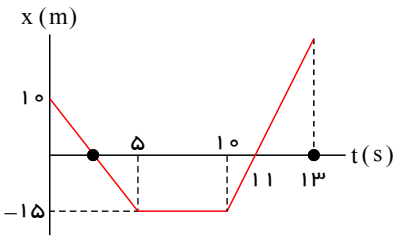
۴) ۶

۱۲۸. شکل مقابل نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که روی محور x حرکت می‌کند. اگر نسبت بزرگی شتاب متوسط در ۲ ثانیهٔ دوم حرکت به بزرگی سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $t=۲s$ تا $t=۳/۵s$ برابر $\frac{۱}{۸}$ واحد SI باشد، در لحظهٔ $t=۳/۵s$ متحرک در چند متری مبدأ مکان قرار دارد؟



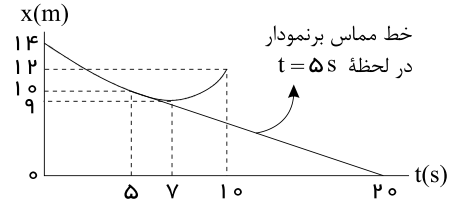
۱) ۴۵
۲) ۵۵
۳) ۶۵
۴) ۷۰

۱۲۹. نمودار مکان- زمان متحرکی به صورت شکل زیر داده شده است. تندی متوسط این متحرک از لحظه‌ای که برای اولین بار از مبدأ مکان می‌گذرد تا لحظهٔ $t=۱۳s$ چند $\frac{m}{s}$ است؟



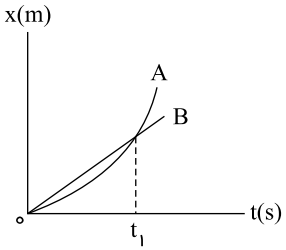
۱) $\frac{۱۵}{۱۱}$
۲) $\frac{۶۰}{۱۱}$
۳) ۲
۴) ۳

۱۳۰. نمودار مکان - زمان حرکت جسمی مطابق شکل زیر است. تندی جسم در لحظهٔ $t=۵s$ چند برابر تندی متوسط آن در ده ثانیهٔ اول حرکت است؟



۱) $\frac{۵}{۲}$
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $\frac{۵}{۶}$
۴) $\frac{۵}{۸}$

۱۳۱. با توجه به نمودار مکان - زمان داده شده برای دو متحرک A و B چند مورد از موارد زیر در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۱$ ثانیه صحیح است؟



الف) $\Delta x_A = \Delta x_B$ (Δx:جابه جایی)

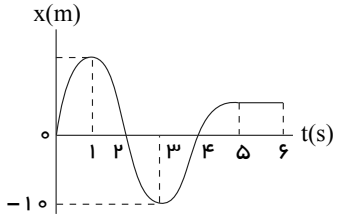
ب) $\ell_A = \ell_B$ (ℓ: مسافت)

ج) $|\vec{v}_{av,A}| = |\vec{v}_{av,B}|$ ($\vec{v}_{av}$: سرعت متوسط)

د) $s_{av,A} = s_{av,B}$ (s_{av}: تندی متوسط)

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۳۲. نمودار مکان - زمان حرکت متحرکی به‌صورت زیر است. در بازهٔ زمانی که جهت بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور x است، تندی متحرک چگونه تغییر می‌کند؟



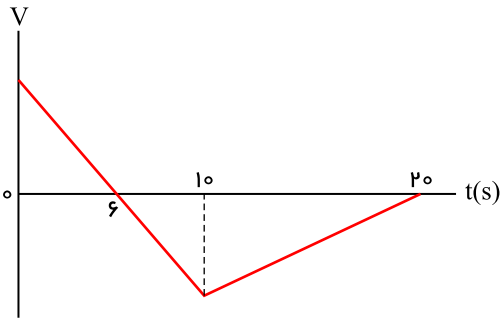
۱) پیوسته کاهش می‌یابد.

۲) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۳) پیوسته افزایش می‌یابد.

۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

۱۳۳. نمودار سرعت زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر کل مسافت طی‌شده توسط متحرک $۱۳۸m$ باشد، بزرگی شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۲s$ تا $t_۲ = ۱۲s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟



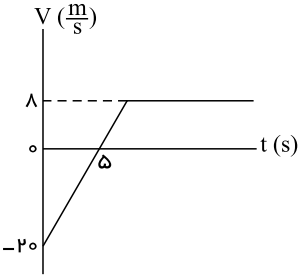
۱) ۲٫۱۶

۲) ۴٫۲۸

۳) ۲٫۴

۴) ۴٫۶

۱۳۴. شکل زیر، نمودار سرعت - زمان متحرکی است که روی محور x حرکت می‌کند و در مبدأ زمان، از مکان $x = +۴۲m$ گذشته است. در این حرکت، چند ثانیه فاصلهٔ متحرک تا مبدأ محور، کمتر یا مساوی ۱۰ متر است؟



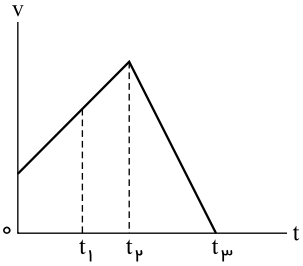
۱) ۵

۲) ۵٫۲۵

۳) ۶

۴) ۶٫۲۵

۱۳۵. نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در کدام بازه زمانی بیشتر است؟



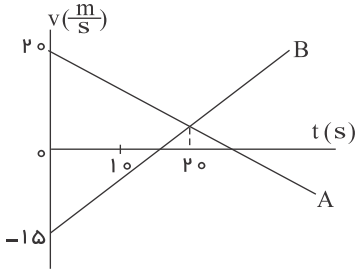
۱) $t_۱$ تا ۰

۲) $t_۲$ تا $t_۱$

۳) $t_۳$ تا ۰

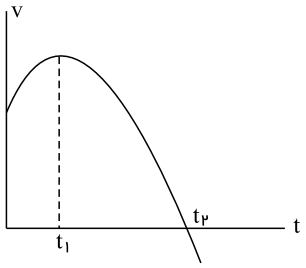
۴) $t_۳$ تا $t_۲$

۱۳۶. نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. مجموع مسافتی که دو متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = ۰s$ تا $t_2 = ۱۰s$ طی می‌کنند، چند متر است؟



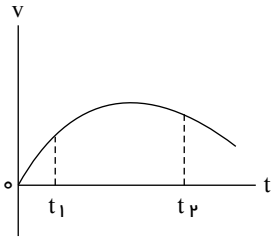
۱) ۳۵۰
۲) ۲۶۲٫۵
۳) ۲۵۰
۴) ۱۲۵٫۵

۱۳۷. نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر قسمتی از یک سهمی است. کدام مورد درست است؟



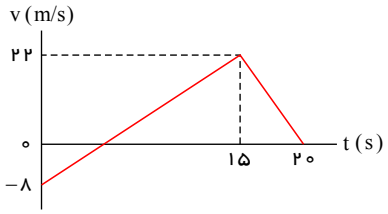
۱) در بازهٔ صفر تا t_1 تندی در حال کاهش است.
۲) بزرگی شتاب در لحظهٔ صفر و t_2 برابر است.
۳) در بازهٔ صفر تا t_2 شتاب خلاف جهت محور x است.
۴) بزرگی شتاب متوسط در بازهٔ t_1 تا t_2 بیشتر از بزرگی شتاب متوسط در بازهٔ صفر تا t_2 است.

۱۳۸. نمودار سرعت - زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، به‌صورت شکل زیر است. بزرگی نیروی خالص وارد بر این متحرک (برایند نیروها) در بازهٔ زمانی بین t_1 تا t_2 چگونه تغییر می‌کند؟



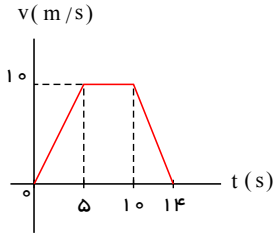
۱) پیوسته ثابت
۲) پیوسته افزایش
۳) ابتدا افزایش، سپس کاهش
۴) ابتدا کاهش، سپس افزایش

۱۳۹. نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر مسیری مستقیم حرکت می‌کند، به‌صورت شکل زیر است، مسافت پیموده شده توسط این متحرک در بازهٔ زمانی $۰s$ تا $۲۰s$، چند متر است؟



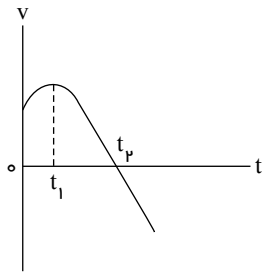
۱) ۱۶۰
۲) ۱۷۶
۳) ۱۸۰
۴) ۱۹۲

۱۴۰. متحرکی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند و نمودار سرعت ـ زمان آن مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط این متحرک در بازه‌ی زمانی $t = ۲s$ تا $t = ۱۲s$، چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) $\frac{۱}{۱۰}$
۲) $\frac{۵}{۱۰}$
۳) $\frac{۷}{۱۰}$
۴) ۰

۱۴۱. نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام موارد زیر درست است؟



الف- جهت سرعت و شتاب در لحظهٔ t_1 تغییر کرده است.

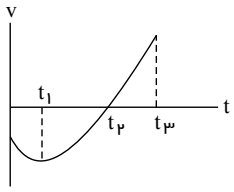
ب - در بازهٔ t_1 تا t_2 حرکت در جهت محور x است.

پ- در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 تندی در حال کاهش است.

ت- بردار شتاب در بازهٔ زمانی صفر تا t_2 خلاف جهت محور x است.

۱) ب ۲) پ ۳) الف و ت ۴) ب و ت

۱۴۲. نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام یک از عبارت‌های زیر در بازهٔ زمانی‌ای که متحرک در خلاف جهت محورها x ها حرکت می‌کند، نادرست است؟



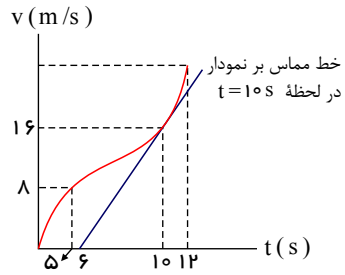
۱) اندازهٔ جابه‌جایی متحرک با مسافت طی شده توسط آن برابر است.

۲) شتاب متوسط در این بازه مثبت است.

۳) حرکت ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

۴) جهت شتاب، ثابت است.

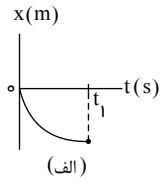
۱۴۳. نمودار سرعت – زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر شتاب در لحظهٔ $t = ۱۰\,s$ با شتاب متوسط بین دو لحظهٔ $t_1 = ۵s$ و $t_2 = ۱۲s$ برابر باشد، شتاب متوسط متحرک در ۲ ثانیهٔ ششم حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟



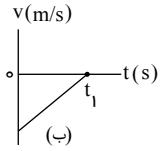
۱) ۱۵ ۲) ۲۰

۳) ۱۰ ۴) ۵

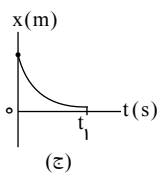
۱۴۴. متحرکی با شتاب ثابت روی محور x در حال حرکت است. در کدام‌یک از نمودارهای زیر در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، بردار سرعت متحرک در جهت محور x و بردار شتاب در خلاف جهت محور x است؟

۱) 

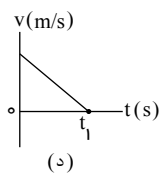
(الف)

۲) 

(ب)

۳) 

(ج)

۴) 

(د)

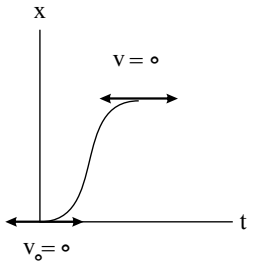
پاسخنامه تشریحی

۱۰۷. گزینه ۲

با توجه به نمودار در لحظه‌های $t_1 = ۱s$ و $t_2 = ۴s$ مکان متحرک در $X_1 = ۰$ و $X_2 = -۶$ است.

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_1 - t_2} = \frac{-۶ - ۰}{۴ - ۱} = -۲\,\frac{m}{s}$$

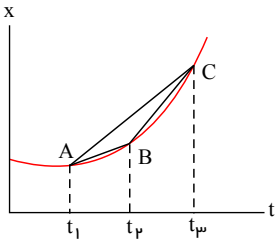
۱۰۸. گزینه ۲ می‌خواهیم نمودار مکان - زمان متحرکی را رسم کنیم که سرعت آن در آغاز و پایان حرکت صفر باشد.



بنابراین باید به دنبال نموداری باشیم که شیب مماس در آغاز و پایان حرکت صفر باشد (خط مماس افقی باشد) که این وضعیت فقط در گزینهٔ «۲» برقرار است.

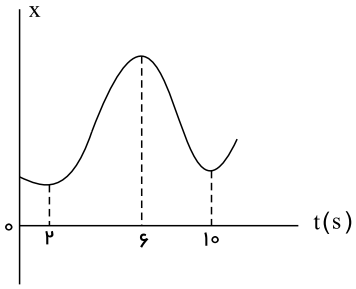
۱۰۹. گزینه ۳ می‌دانیم:

$$AB \text{ شیب} = \overline{v}_{t_2 \to t_1}$$
$$BC \text{ شیب} = \overline{v}_{t_3 \to t_2}$$
$$AC \text{ شیب} = \overline{v}_{t_3 \to t_1}$$



شیب پاره خط BC از شیب دو پاره خط دیگر بیشتر است.

۱۱۰. گزینه ۳



نکته: برای بررسی تندی متوسط مسافت و زمان، هر دو مهم هستند $(S_{av} = \frac{L}{\Delta t})$ هر دو را همزمان باید در نظر گرفت.

دقت داریم که:

۱) مسافتی که متحرک در ثانیه‌های $۲s$ تا $۶s$ طی می‌کند بسیار بیشتر از مسافتی است که متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $۲s$ طی می‌کند در حالی که بازهٔ زمانی صفر تا $۶s$، ۳ برابر بازهٔ زمانی صفر تا ۲ است، پس $[S_{av} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow (S_{av})_{۰-۶s} > (S_{av})_{۰-۲}]$ (بنابراین گزینهٔ ۱ حذف می‌شود.)

۲) مسافت طی شده در بازهٔ زمانی $۲s$ تا $۶s$ بیشتر از مسافت طی شده در ثانیه‌های $۶s$ تا $۱۰s$ است. $((S_{av})_{۲-۶} > (S_{av})_{۶-۱۰})$ **فرض کنید مسافت طی شده از $۲s$ تا $۶s$ برابر L و از $۶s$ تا $۱۰s$ برابر L' باشد.**

$$\begin{cases} (S_{av})_{۶-۱۰} = \dfrac{L'}{۱۰-۶} = \dfrac{L'}{۴} \\ (S_{av})_{۲-۱۰} = \dfrac{L+L'}{۱۰-۲} = \dfrac{L+L'}{۸} \xrightarrow[L+L'>۲L']{L>L'} (S_{av})_{۲-۱۰} > \dfrac{۲L'}{۸} = \dfrac{L'}{۴} = (S_{av})_{۶-۱۰} \end{cases}$$

و گزینهٔ ۴ هم رد می‌شود.

۳) مسافت طی شده از صفر تا $۲s$ خیلی کمتر از L است، پس:

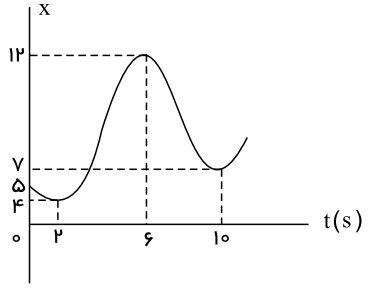
$$\text{مسافت طی شده از صفر } ۶ \simeq L \Rightarrow (S_{av})_{۰-۶s} \simeq \frac{L}{۶} \quad (۱)$$

$$\text{از طرفی : } (S_{av})_{۲-۱۰s} = \frac{L+L'}{۱۰-۲} = \frac{L+L'}{۸} \xrightarrow{L'<L} (S_{av})_{۲-۱۰s} > \frac{L}{۴} \quad (۲)$$

$$(۱)\ ,\ (۲) \Rightarrow (S_{av})_{۰-۶s} < (S_{av})_{۲-۱۰s}$$

بنابراین گزینهٔ ۲ هم رد می‌شود.

توجه: راه‌حل ارائه شده تاکنون یک راه‌حل کلی و اساسی بود! اما وقتی به دید یک تست نگاه کنیم، یک راه ساده‌تر، عددگذاری فرضی در شکل است. مثلاً:



$$(۱)\ \text{گزینهٔ } (S_{av})_{۰-۲} = \frac{۱}{۲}\frac{m}{s} = ۰/۵\frac{m}{s}$$

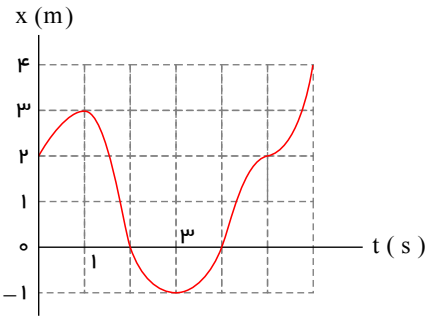
$$(۲)\ \text{گزینهٔ } (S_{av})_{۰-۶} = \frac{۱+۸}{۶} = \frac{۹}{۶} = ۱/۵\frac{m}{s}$$

$$(۳)\ \text{گزینهٔ } (S_{av})_{۲-۱۰} = \frac{۸+۵}{۸} = \frac{۱۳}{۸} > ۱/۵\frac{m}{s}$$

$$(۴)\ \text{گزینهٔ } (S_{av})_{۶-۱۰} = \frac{۵}{۴} = ۱/۲۵\frac{m}{s}$$

گزینهٔ ۳ درست است. البته تأکید می‌شود این روش برای رد برخی گزینه‌ها می‌تواند درست باشد. اما اگر اعداد در نمودار خوب انتخاب نشود در تعیین گزینهٔ درست ممکن است دچار مشکل شویم.

۱۱۱. گزینه ۲



باتوجه به نمودار $x-t$ در شکل روبه‌رو متحرک در مدت ۶ ثانیه، دو بار و در لحظه‌های $۱s$ و $۳s$ تغییر جهت داده است. برای محاسبهٔ مسافت و تندی متوسط، حرکت را در بازه‌های زمانی $(۰\ s\ ,\ ۱\ s)$ و $(۱\ s\ ,\ ۳s)$ و $(۳s\ ,\ ۶s)$ بررسی می‌کنیم.

$$\begin{cases} ۰\ s < t < ۱\ s \Rightarrow \ \Delta x_۱ = ۳m - ۲m = +۱m \\ ۱\ s < t < ۳s \ \Rightarrow \ \Delta x_۲ = (-۱m) - ۳m = -۴m \\ ۳s < t < ۶s \ \Rightarrow \ \Delta x_۳ = (+۴m) - (-۱m) = +۵m \end{cases}$$

در ۶ ثانیهٔ اول $\Rightarrow l = |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| + |\Delta x_۳| = ۱۰\ m \ \Rightarrow \ S_{av} = \dfrac{l}{\Delta t} = \dfrac{۱۰m}{۶s} = \dfrac{۵}{۳}\, m/s$

در ۳ ثانیهٔ دوم $\Rightarrow \ \Delta x = \Delta x_۳ = +۵m \Rightarrow v_{av} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{+۵m}{۳s} = +\dfrac{۵}{۳}\ m/s$

$$\Rightarrow \ \frac{\text{تندی متوسط در ۶ ثانیهٔ اول}}{\text{بزرگی سرعت متوسط در ۳ ثانیهٔ دوم}} = \frac{s_{av}}{|v_{av}|} = ۱$$

۱۱۲. گزینه ۳ برای محاسبهٔ سرعت متوسط از روی نمودار مکان – زمان، شیب خط واصل دو نقطهٔ مورد نظر را می‌یابیم.

در t ثانیهٔ دوم حرکت داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۱ - x_۰}{۲t - t} = \frac{x_۱ - x_۰}{t}\ (*)$$

در $۲t$ ثانیهٔ اول حرکت داریم:

$$v'_{av} = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{x_۱ - x_۰}{۲t - ۰} = \frac{x_۱ - x_۰}{۲t}\ (**)$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{(*),(**)} \frac{v_{av}}{v'_{av}} = \frac{\frac{x_۱ - x_۰}{t}}{\frac{x_۱ - x_۰}{۲t}} = ۲$$

۱۱۳. گزینه ۴ رابطهٔ مکان – زمان یک متحرک باید شرایط یک تابع را دارا باشد و در نتیجه نمودار مکان – زمان آن نیز باید شکل نمودار یک تابع ریاضی باشد، زیرا در غیر این صورت حداقل در یک زمان، متحرک در دو یا چند مکان قرار دارد و در واقعیت این اتفاق هرگز رخ نمی‌دهد.

۱۱۴. گزینه ۲ گزینهٔ «۱» صحیح است و متحرک در لحظهٔ $t_۲$ تغییر جهت می‌دهد. چون شیب مماس بر نمودار مکان – زمان که همان سرعت لحظه‌ای است، در این لحظه صفر است و شیب خط مماس بر نمودار در دو طرف این لحظه تغییر علامت می‌دهد.

گزینهٔ «۲» نادرست است چون شیب مماس بر نمودار مکان – زمان متحرک در لحظهٔ صفر منفی است؛ یعنی در مبدأ زمان سرعت متحرک منفی است و متحرک در خلاف جهت محور xها در حال حرکت است.

گزینهٔ «۳» صحیح است چون هنگام عبور متحرک از مبدأ مکان، جهت بردار مکان تغییر می‌کند و متحرک در لحظات $t_۱$ و $t_۳$ از مبدأ مکان عبور می‌کند.

گزینهٔ «۴» صحیح است چون جابه‌جایی جسم از لحظهٔ صفر تا $t_۴$ مثبت است، پس سرعت متوسط متحرک در این بازهٔ زمانی مثبت است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x = x_{۴} - x_{۰} > ۰} v_{av} > ۰$$

۱۱۵. گزینه ۳ متحرک در بازهٔ صفر تا $۱۷\,s$ در سوی مثبت محور x حرکت می‌کند و از مکان صفر به مکان $+۶۰m$ می‌رود. در لحظهٔ $۱۷s$ تغییر جهت می‌دهد و سپس در بازهٔ $۱۷s$ تا $۲۰s$ در سوی منفی محور x حرکت می‌کند و از مکان $+۶۰m$ به مکان صفر باز می‌گردد. بنابراین متحرک در مجموع مسافت $۱۲۰m$ را در مدت $۲۰s$ پیموده است.

$$\Rightarrow s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۱۲۰m}{۶۰s} = ۶\frac{m}{s}$$

توجه: در این حرکت کل جابه‌جایی صفر و در نتیجه سرعت متوسط متحرک صفر است.

۱۱۶. گزینه ۴ در لحظه‌ای که دو متحرک در فاصلهٔ یکسانی از مبدأ مکان قرار دارند، مکان دو متحرک یکسان است و در نتیجه لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، مطابق نمودار لحظهٔ $t = ۶s$ است. پس باید مسافت طی شده توسط دو متحرک را از صفر تا $۶s$ محاسبه کنیم.

در بازهٔ زمانی که متحرک تغییر جهت نمی‌دهد، بزرگی جابه‌جایی با مسافت طی‌شده برابر است. بنابراین برای متحرک A داریم:

$$\Delta x_{۱} = ۸ - (-۴) = ۱۲m$$

$$\Delta x_{۲} = ۶ - ۸ = -۲m$$

$$\ell_A = |\Delta x_{۱}| + |\Delta x_{۲}| = ۱۴m$$

چون جهت حرکت متحرک B تغییر نمی‌کند، بنابراین بزرگی جابه‌جایی با مسافت طی‌شده توسط متحرک B برابر است. داریم:

$$\Delta x = ۶ - (-۴) = ۱۰ \Rightarrow \ell_B = ۱۰m$$

چون بازهٔ زمانی یکسان است، باتوجه به رابطهٔ تندی متوسط می‌توان نوشت:

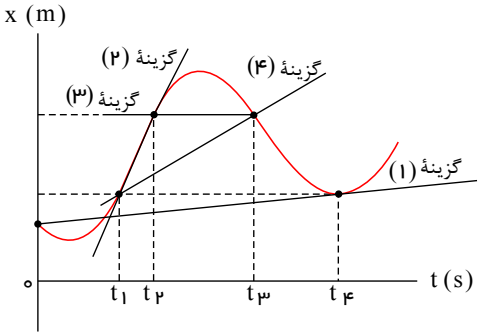
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t_A = \Delta t_B} \frac{(s_{av})_A}{(a_{av})_B} = \frac{\ell_A}{\ell_B} = \frac{۱۴}{۱۰} = \frac{۷}{۵}$$

۱۱۷. گزینه ۱ با توجه به نمودار مکان – زمان متحرک، تندی آن در لحظات $۰/۵s$ و $۱/۵s$ صفر شده و متحرک تغییر جهت داده است.

در ضمن در بازهٔ زمانی $t_{۱} = ۰/۵s$ تا $t_{۲} = ۱/۵s$ جابه‌جایی متحرک در خلاف جهت مثبت محور x است. بنابراین جهت بردار سرعت متوسط نیز در خلاف جهت مثبت محور x است.

۱۱۸. گزینه ۴ اگر در یک بازهٔ زمانی، متحرک تغییر جهت ندهد، بزرگی سرعت متوسط با تندی متوسط برابر خواهد بود. زیرا جابه‌جایی با مسافت در آن بازه برابر است. متحرک زمانی تغییر جهت می‌دهد که اولاً تندی آن صفر شود و ثانیاً جهت حرکت آن (علامت سرعت آن) تغییر کند. با توجه به نمودار مکان – زمان این متحرک، در بازهٔ زمانی مشخص شده در گزینهٔ «۴» بزرگی سرعت متوسط با تندی متوسط برابر است.

۱۱۹. گزینه ۲ شیب خط واصل دو نقطه از نمودار مکان – زمان، نشان‌دهندهٔ سرعت متوسط بین آن دو لحظه است. مطابق نمودار زیر اندازهٔ شیب این خط بین دو لحظهٔ $t_۱$ و $t_۲$ از بقیهٔ بازه‌ها بیش‌تر است.



۱۲۰. گزینه ۲ جابجایی که برابر با $\Delta x = x_{\text{آخر}} - x_{\text{اول}}$ پس

$$\Delta x_{۰\ \text{تا}\ ۶s} = x_{۶s} - x_{۰} = (-۵) - ۱۰ = -۱۵m$$

مسافت برابر با مجموع اندازه (قدرمطلق) جابجایی‌ها در جهت‌های مختلف. از نمودار پیداست در مدت ۰ تا $۳s$ متحرک در جهت مثبت (شیب نمودار $x - t$ مثبت) و در بازهٔ $۳s$ تا $۶s$ در جهت منفی (شیب منفی) حرکت کرده پس:

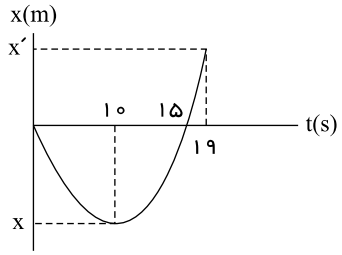
$$\ell = |\Delta x_{۰\ \text{تا}\ ۳s}| + |\Delta x_{۳s\ \text{تا}\ ۶s}|$$

$$\ell = |x_{۳} - x_{۰}| + |x_{۶} - x_{۳}|$$

$$\ell = |۱۵ - ۱۰| + |-۵ - (+۱۵)| = ۵ + ۲۰ = ۲۵m$$

از آنجایی که چون متحرک تغییر جهت داده $\ell \neq \Delta x$ است پس از محاسبهٔ $\Delta x = -۱۵m$ می‌توانستیم گزینهٔ درست را پیدا کنیم.

۱۲۱. گزینه ۳ مکان متحرک در لحظهٔ ۱۰ ثانیه را x فرض می‌کنیم:



$$\rightarrow S_{av_{۰\ \text{تا}\ ۱۵}} = \frac{\ell}{\Delta t} = \left|\frac{x + x}{۱۵ - ۰}\right| = \frac{|۲x|}{۱۵} = ۲\frac{m}{s} \rightarrow |x| = ۱۵$$

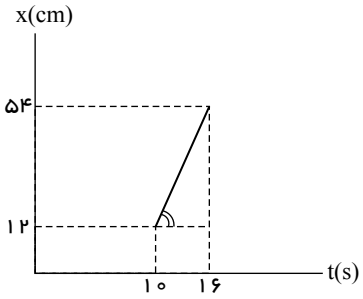
$$\rightarrow x = -۱۵m$$

مکان متحرک در لحظهٔ $۱۹s$ را x' فرض می‌کنیم:

$$V_{av_{(۱۰\ \text{تا}\ ۱۹)}} = \left|\frac{\Delta x}{\Delta t}\right| = \frac{x' - x}{۱۹ - ۱۰} \Rightarrow V_{av} = \frac{x' - (-۱۵)}{۹} = ۳\frac{m}{s} \rightarrow x' + ۱۵ = ۲۷$$

$$\rightarrow x' = ۱۲m \Rightarrow x' = ۱۲\vec{i}$$

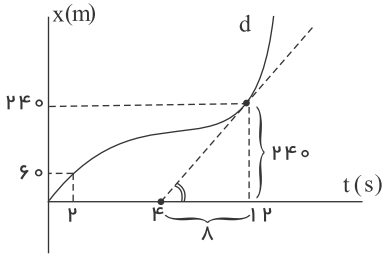
۱۲۲. گزینه ۳ شیب نمودار مکان - زمان سرعت متحرک است، بنابراین بیشینه سرعت برابر بیشترین شیب‌خط مماس بر نمودار است که با توجه به نمودار بیشترین شیب نمودار شیب خط راست بین $t_1 = ۱۰(s)$ تا $t_2 = ۱۶(s)$ است، بنابراین داریم:



$$\text{شیب بیشینه} = v_{\max} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{۵۴ - ۱۲}{۱۶ - ۱۰} = \frac{۴۲}{۶} = ۷\frac{m}{s}$$

۱۲۳. گزینه ۱

ابتدا مکان متحرک را در لحظهٔ $t_2 = ۱۴s$ می‌یابیم. می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ برابر سرعت لحظه‌ای متحرک است، بنابراین داریم:



$$V_{t=۱۲} = x - t \text{ شیب خط مماس بر} = \frac{۲۴۰}{۸} = ۳۰\frac{m}{s}$$

از طرفی مطابق فرض سؤال داریم:

$$V_{t=۱۲} = V_{av(۲-۱۴)} \rightarrow ۳۰ = \frac{x_{۱۴} - x_۲}{۱۴ - ۲} \xrightarrow{x_۲ = ۶۰m} x_{۱۴} - ۶۰ = ۳۶۰ \rightarrow x_{۱۴} = ۴۲۰m$$

در نهایت داریم:

$$\left.\begin{array}{l} V_{av} \text{ دو ثانیهٔ اول} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۶۰ - ۰}{۲} = ۳۰\frac{m}{s} \\ V'_{av} \text{ دو ثانیهٔ هفتم} = \frac{x_{۱۴} - x_{۱۲}}{۱۴ - ۱۲} = \frac{۴۲۰ - ۲۴۰}{۲} = ۹۰\frac{m}{s} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{V_{av}}{V'_{av}} = \frac{۳۰}{۹۰} = \frac{۱}{۳}$$

۱۲۴. گزینه ۱ شتاب متحرک برابر است با $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ برای محاسبهٔ $\Delta v = v_۲ - v_۱$ از نمودار مکان - زمان کافیست شیب نمودار را در هر لحظه به‌دست آوریم:

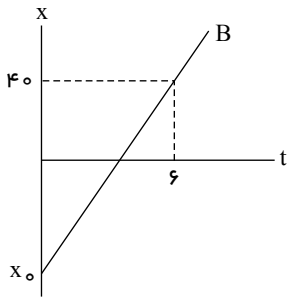
$$v_۱ = v_{t_{۱=۲s}} = ۲s \text{ در } A \text{ شیب نمودار} = ۰$$

$v_{۲} = v_{t_{۲=۶s}} = ۶s$ در A شیب نمودار $= B$ شیب خط مماس $= m_B$ شیب نمودار

$$\rightarrow \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow ۴ = \frac{m_B}{۴} = ۱۶$$

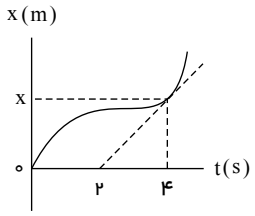
شیب نمودار B هم برابر با (با فرض اینکه به دنبال $x_{۰B}$ هستیم)

$$m_B = \frac{\text{تغییرات عمودی}}{\text{تغییرات افقی}} = \frac{۴۰ - x_۰}{۶ - ۰} = ۱۶ \rightarrow x_۰ = -۵۶(m)$$



۱۲۵. گزینه ۳ می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان در هر لحظه برابر با سرعت متحرک در آن لحظه است. با توجه به اینکه سرعت در لحظهٔ $t = ۴s$ برابر با $۱۰\frac{m}{s}$ است، پس شیب خط مماس رسم شده برابر با ۱۰ است. پس می‌توان نوشت:

$$\text{شیب خط مماس} = \frac{x - ۰}{۴ - ۲} = ۱۰ \Rightarrow x = ۲۰m$$



با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - ۰}{۴ - ۰} = \frac{۲۰}{۴} = ۵\frac{m}{s}$$

۱۲۶. گزینه ۳ در یک حرکت دلخواه و در حالت کلی مسافت بزرگ‌تر یا مساوی اندازهٔ جابه‌جایی است و تنها در حالتی که حرکت روی خط راست و بدون تغییر جهت باشد، مسافت برابر اندازهٔ جابه‌جایی و در نتیجه تندی متوسط برابر اندازهٔ سرعت متوسط می‌شود. نتیجه می‌گیریم گزینه‌های ۱ و ۲ نادرست هستند.

اما تندی لحظه‌ای و اندازهٔ سرعت لحظه‌ای در هر حرکتی برابر هستند، زیرا در بازه‌های زمانی بسیار کوچک همواره مسافت و اندازهٔ جابه‌جایی برابرند.

پس پاسخ گزینهٔ ۳ است.

در مورد گزینهٔ ۴ هم طبق تعریف سرعت متوسط $(\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t})$ و شتاب متوسط $(\vec{a}_{av} = \frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t})$، بردارهای سرعت

متوسط و شتاب متوسط به ترتیب با بردار جابه‌جایی و بردار تغییر سرعت هم‌جهت هستند و در حالت کلی جهت‌های سرعت متوسط و شتاب متوسط مستقل از یکدیگر هستند.

۱۲۷. گزینه ۴ تندی متحرک در لحظهٔ $t_۰$ برابر اندازهٔ شیب خط مماس بر منحنی $x-t$ در لحظهٔ $t_۰$ است و داریم:

$$\text{تندی در لحظهٔ } t_۰ = |\text{شیب خط مماس}| = \left|\frac{۱۲-۰}{t_۰-\frac{t_۰}{۲}}\right| = \frac{۱۲}{(\frac{t_۰}{۲})} = \frac{۲۴}{t_۰}$$

همچنین بزرگی سرعت متوسط متحرک در $t_۰$ ثانیهٔ اول حرکت (از لحظهٔ صفر تا لحظهٔ $t_۰$) را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

$$\text{بزرگی سرعت متوسط در } t_۰ \text{ ثانیهٔ اول} = \left|\frac{x(t_۰)-x(۰)}{t_۰-۰}\right| = \left|\frac{۱۲-۰}{t_۰}\right| = \frac{۱۲}{t_۰}$$

باتوجه به فرض سؤال که تندی در لحظهٔ $t_۰$، $۲\frac{m}{s}$ از بزرگی سرعت متوسط در $t_۰$ ثانیهٔ اول بزرگ‌تر است نتیجه می‌گیریم:

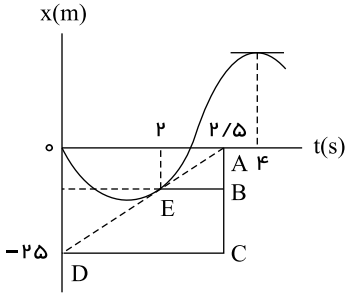
$$\frac{۲۴}{t_۰} = \frac{۱۲}{t_۰} + ۲ \Rightarrow \frac{۱۲}{t_۰} = ۲ \Rightarrow t_۰ = ۶s$$

پس پاسخ گزینهٔ ۴ است.

۱۲۸. گزینه ۲ گام اول: ابتدا مکان متحرک در لحظهٔ $t = ۲s$ را با استفاده از تشابه دو مثلث AEB و ACD محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta ABE \cong \Delta ACD \Rightarrow \frac{AB}{۰/۵} = \frac{-۲۵}{۲/۵}$$

$$AB = -۵ \Rightarrow x_{(t=۲s)} = -۵m$$



گام دوم: سرعت در لحظهٔ $t = ۲s$ برابر با شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در این لحظه می‌باشد. بنابراین داریم:

$$v_{(t=۲s)} = \frac{۵}{۲/۵-۲} = ۱۰\frac{m}{s}$$

شتاب متوسط متحرک در ۲ ثانیهٔ دوم حرکت به‌صورت زیر می‌باشد:

$$a_{av(۲s-۴s)} = \frac{\Delta v_{(۲-۴s)}}{\Delta t_{(۲-۴s)}} = \frac{۰ - ۱۰}{۴ - ۲} = -۵\frac{m}{s^۲}$$

گام سوم:

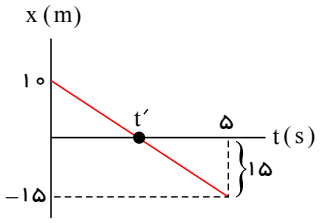
$$v_{av} = \frac{x - (-۵)}{۳٫۵ - ۲} = \frac{x + ۵}{۱٫۵}$$

$$|a_{av(۲s-۴s)}| = \frac{۱}{۸}|v_{av(۲s-۳٫۵s)}| \Rightarrow |a_{av(۲s-۴s)}| = \frac{۱}{۸}v_{av(۲s-۳٫۵s)} \Rightarrow ۵ = \frac{۱}{۸} \times \frac{x + ۵}{۱٫۵}$$

$$\Rightarrow x = ۵۵m$$

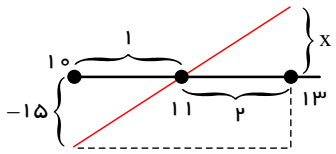
۱۲۹. گزینه ۲

در ابتدا لحظه‌ای که برای اولین بار از مبدأ مکان می‌گذرد را می‌یابیم. باتوجه به تشابه مثلث‌ها داریم:



$$\frac{۱۰ - ۰}{t' - ۰} = \frac{۱۵ - ۰}{۵ - t'} \Rightarrow t' = ۲s$$

حال مکان متحرک در لحظهٔ $t = ۱۳s$ را می‌یابیم.



$$\frac{۲}{۱} = \frac{x}{۱۵} \Rightarrow x = ۳۰m$$

و در نهایت داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۱۵ + ۱۵ + ۳۰}{۱۳ - ۲} = \frac{۶۰}{۱۱}\frac{m}{s}$$

۱۳۰. گزینه ۳ شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان با سرعت لحظه‌ای برابر است. در این صورت می‌توان برای تعیین سرعت در لحظهٔ $t = ۵s$ نوشت:

$$v_{t=۵s} = t = ۵s \text{ شیب خط مماس در لحظهٔ} = \frac{۰ - ۱۰}{۲۰ - ۵} = -\frac{۱۰}{۱۵} = -\frac{۲}{۳}\frac{m}{s}$$

برای محاسبهٔ تندی متوسط باید ابتدا طول مسیر پیموده شده در مدت ۱۰ ثانیه را حساب کنیم.

$$\ell = (۱۴ - ۹) + (۱۲ - ۹) = ۵ + ۳ = ۸m$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ محاسبهٔ تندی متوسط داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۸}{۱۰}\frac{m}{s}$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\left|\frac{v}{s_{av}}\right| = \frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۸}{۱۰}} = \frac{۲۰}{۲۴} = \frac{۵}{۶}$$

۱۳۱. گزینه ۴ با توجه به نمودار مکان - زمان داده شده هر دو متحرک در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۱$ دارای جابه‌جایی یکسان هستند. زیرا مکان آغازین و مکان پایانی هر دو متحرک A و B در این بازهٔ زمانی یکسان است.

بنابراین v_{av} هر دو متحرک برابر است. زیرا داریم $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$، با توجه به یکسان بودن جابه‌جایی (Δx) و مدت زمان حرکت (Δt) پس سرعت متوسط دو متحرک A و B در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۱$ با هم برابر است.

در صورتی که متحرک، در یک بازهٔ زمانی، تغییر جهت ندهد، بزرگی جابه‌جایی با مسافت طی شده برابر است. هر دو متحرک A و B در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۱$ تغییر جهت نمی‌دهند و در جهت مثبت محور x حرکت می‌کنند، پس با توجه به برابر بودن جابه‌جایی دو متحرک، مسافت طی شده توسط دو متحرک A و B نیز در این بازهٔ زمانی با هم برابر است.

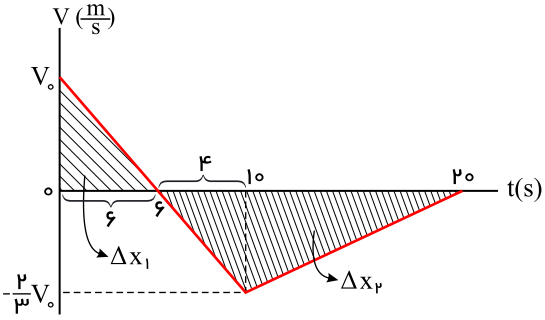
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta x_A = \Delta x_B]{\Delta t_A = \Delta t_B} v_{av,A} = v_{av,B}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\ell_A = \ell_B]{\Delta t_A = \Delta t_B} s_{av,A} = s_{av,B}$$

بنابراین هر چهار مورد بیان شده صحیح است.

۱۳۲. گزینه ۲ مطابق نمودار در بازهٔ زمانی $۲s$ تا $۴s$ جهت بردار مکان در خلاف جهت محور x است. در این بازهٔ زمانی اندازهٔ شیب خط مماس (تندی) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۱۳۳. گزینه ۱



در ابتدا سرعت متحرک را در لحظه‌های $t = ۰$ و $t = ۱۰s$ می‌یابیم. با توجه به تشابه مثلث‌ها داریم:

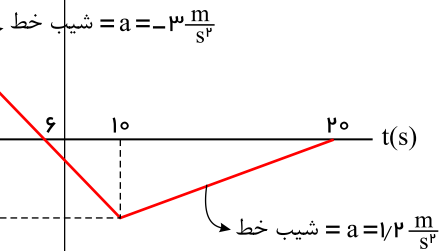
$$\Delta x_۱ = \frac{۶ \times v_۲}{۲} = ۳v_۲$$

$$\Delta x_۲ = \frac{-۱۴ \times \frac{۲}{۳}v_۰}{۲} \Rightarrow \Delta x_۲ = -\frac{۱۴}{۳}v_۰$$

$$L = \Delta x_۱ + |\Delta x_۲| = ۳v_۰ + \frac{۱۴}{۳}v_۰ = \frac{۲۳}{۳}v_۰$$

$$\xrightarrow{L=۱۳۸m} ۱۳۸ = \frac{۲۳}{۳}v_۰ \Rightarrow v_۰ = ۱۸\frac{m}{s}$$

یعنی نمودار سرعت ـ زمان به‌صورت زیر است:



برای لحظهٔ $t = ۲s$ داریم:

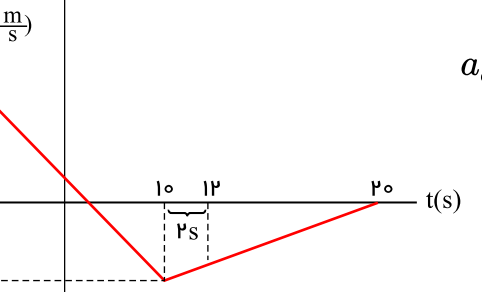
$$v = at + v_{۰} = -۳t + ۱۸ \xrightarrow{t=۲s} v_{۱} = -۳ \times ۲ + ۱۸ \Rightarrow v_{۱} = ۱۲\frac{m}{s}$$

و برای لحظهٔ $t = ۱۲s$ داریم:

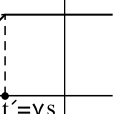
$$v = at + v_{۰} = ۱٫۲ \times ۲ - ۱۲ \Rightarrow v_{۲} = -۹٫۶\frac{m}{s}$$

و در نهایت داریم:

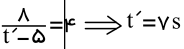
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{۲} - v_{۱}}{t_{۲} - v_{۱}} = \frac{-۹٫۶ - ۱۲}{۱۲ - ۲} = \frac{-۲۱٫۶}{۱۰} \Rightarrow |a_{av}| = ۲٫۱۶\frac{m}{s^{۲}}$$

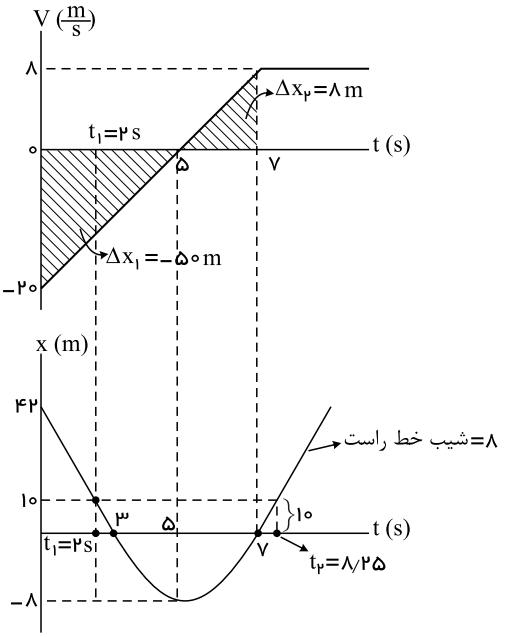


۱۳۴. گزینه ۴ با توجه به مکان اولیه و سطح محصور بین نمودار $v - t$ و محور زمان، جابه‌جایی و لحظه و مکان توقف را می‌یابیم. سپس نمودار مکان - زمان را رسم کرده و مدت زمانی که فاصلهٔ متحرک از مبدأ کمتر یا مساوی $۱۰m$ است را محاسبه می‌کنیم.



قسمت هاشورخورده : $\Delta x' = -۱۸m \Rightarrow -\frac{t'' \times ۴t''}{۲} = -۱۸ \Rightarrow t'' = ۳s \xrightarrow{t'' = ۵ - t_{۱}} t_{۱} = ۲s$



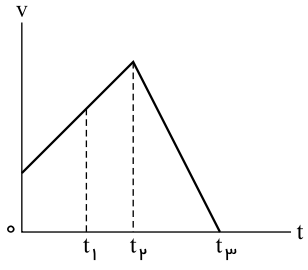


$$\text{خط راست با شیب } ۸ \Rightarrow ۸ = \frac{۱۰}{\Delta t'} \Rightarrow \Delta t' = ۱/۲۵$$

مدت زمانی که فاصلهٔ متحرک از مبدأ کمتر یا مساوی ۱۰ متر بوده:

$$\Delta t = t_۲ - t_۱ = ۸/۲۵ - ۲ \Rightarrow \Delta t = ۶/۲۵s$$

۱۳۵. گزینه ۲

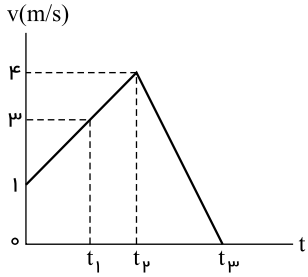


برای حل این سؤال باید به چند نکتهٔ زیر توجه کنیم:

۱) اگر متحرک در امتداد یک خط راست و بدون تغییر جهت حرکت کند، در یک بازهٔ زمانی معین، سرعت متوسط و تندی متوسطش هم‌اندازه‌اند.

۲) در حرکت با شتاب ثابت، می‌توان از رابطهٔ $v_{av} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}$، سرعت متوسط را محاسبه کرد.

۳) سطح محصور برابر است.



با توجه به نکات بالا، بدیهی است که سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک در هر یک از بازه‌های زمانی داده‌شده در گزینه‌ی ۱، ۲ و ۴، هم‌اندازه‌اند، چون متحرک در بازه‌های زمانی داده شده تغییر جهت نداده است.

از طرفی در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۳$، با استفاده از رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$، اگرچه Δx (سطح زیر نمودار) بیشتر از بقیه است

ولی با توجه به Δt بیشتر از بقیه، در این بازه، بیشترین سرعت متوسط (تندی متوسط) را نداریم.

اما برای بررسی بقیهٔ گزینه‌ها، از عددگذاری به صورت زیر استفاده می‌کنیم.

۱: از ۰ تا $t_۱$:

$$s_{av} = v_{av} = \frac{۱ + ۳}{۲} = ۲\frac{m}{s}$$

۲: از $t_۱$ تا $t_۲$:

$$s_{av} = v_{av} = \frac{۳ + ۴}{۲} = ۳/۵\frac{m}{s}$$

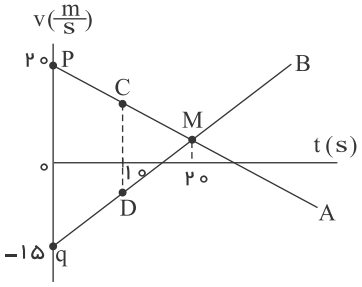
۳: از $t_۲$ تا $t_۳$:

$$s_{av} = v_{av} = \frac{۴ + ۰}{۲} = ۲\frac{m}{s}$$

پس با مقایسهٔ اعداد به‌دست‌آمده، گزینهٔ «۲» صحیح است.

۱۳۶. گزینه ۲

ابتدا با استفاده از تشابه مثلث‌ها، اختلاف سرعت دو متحرک در لحظهٔ $t = ۱۰s$ را می‌یابیم.



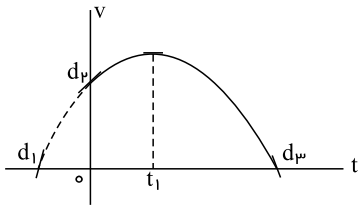
$$\overset{\Delta}{MCD} \sim \overset{\Delta}{MPQ} \rightarrow \frac{CD}{۳۵} = \frac{۱۰}{۲۰} \rightarrow CD = ۱۷/۵$$

حال مسافت ذوزنقهٔ هاشور زده، معادل مجموع مسافت طی شده توسط این دو متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اول است، یعنی:

$$\ell_A + \ell_B = S_{\text{ذوزنقه}} = \frac{۳۵ + ۱۷/۵}{۲} \times ۱۰ \rightarrow \ell_A + \ell_B = ۲۶۲/۵m$$

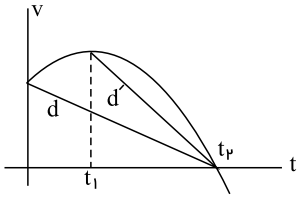
۱۳۷. گزینه ۴ ● در بازهٔ صفر تا $t_۱$: اولاً تندی پیوسته مثبت است یعنی متحرک تغییر جهت نمی‌دهد. پس تندی و سرعت هم‌مفهوم هستند. در بازهٔ صفر تا $t_۱$ چون مقدار v افزایش یافته بنابراین تندی هم افزایش می‌یابد (پس گزینهٔ ۱ نادرست است).

● شیب خط مماس بر نمودار $(v-t)$ برابر شتاب متحرک است، بنابراین شتاب در $t=۰$ و $t=t_۲$ چون شیب خطوط مماس برابر نیست، نمی‌تواند برابر باشند: [شیب $d_۱$ با $d_۳$ هم‌اندازه هستند ولی شیب $d_۳$ با $d_۲$ نمی‌تواند برابر باشد.] (پس گزینهٔ ۲ هم نادرست است.)



● مشابه نکتهٔ قبل، کافی است شیب خطوط مماس بر نمودار $(v-t)$ را در نظر بگیریم. از صفر تا $t_۱$، شیب خطوط مماس، مثبت و از $t_۱$ تا $t_۲$، شیب خطوط مماس منفی است. (پس گزینهٔ ۳ هم نادرست است.)

● برای مقایسهٔ شتاب متوسط بین بازه‌های زمانی مختلف کافی است شیب خطوط واصل بین آن‌ها را با هم مقایسه نماییم.



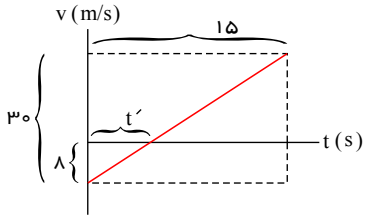
بزرگی شیب خط‌های واصل d و d' را با هم مقایسه کنیم. هرچه خطوط به خط عمود فرضی بر محور t نزدیک و متمایل‌تر باشند، مقدار شیب آن‌ها بیشتر است. یعنی بزرگی شیب d' از بزرگی شیب d بیشتر است. بنابراین گزینهٔ ۴ درست است.

۱۳۸. گزینه ۴ هرگاه به کمک نمودارهای $(x-t)$، $(v-t)$ و $(a-t)$ در حرکت بر خط راست بخواهیم نحوهٔ تغییرات نیروی خالص وارده بر جسم یا علامت آن را مشخص کنیم باید شتاب جسم (a) تعیین تکلیف گردد. چون طبق رابطهٔ $\vec{F_{net}}=m\vec{a}$ (به‌طور کلّی) و در حرکت بر خط راست طبق رابطهٔ $F_{net}=\underbrace{m}_{+\text{ عدد}}a$ همواره F_{net} و a باهم متناسب (و هم‌علامت!) هستند. بنابراین در این تست:

شیب خط مماس بر نمودار $(v-t)$ به ما شتاب لحظه‌ای را می‌دهد. با توجه به نمودار داده شده بزرگی شیب خط مماس بر نمودار ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. پس همین اتفاق هم برای F_{net} می‌افتد. (در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$)

۱۳۹. گزینه ۴ در ابتدا لحظه تلاقی نمودار با محور زمان (t') که همان لحظهٔ تغییر جهت نیز هست را می‌یابیم.

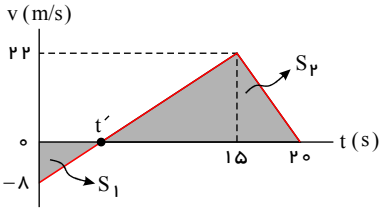
توجه: برای یافتن t' چندین روش وجود دارد. مثلاً می‌توان از قضیهٔ تالس هم کمک گرفت (یا از شیب خط استفاده کرد.)



$$\frac{t'}{۱۵}=\frac{۸}{۳۰}\rightarrow \boxed{t'=۴s}$$

قدرمطلق سطح زیر نمودار $v-t$، برابر مسافت پیموده شده است.

$$\frac{t'}{۸}=\frac{۱۵-t'}{۲۲}\Rightarrow t'=۴s$$



$$\left.\begin{array}{l}|S_۱|=\frac{۸\times۴}{۲}=۱۶\\ S_۲=\frac{۲۲\times(۲۰-۴)}{۲}=۱۷۶\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{مسافت کل}}۱۶+۱۷۶=۱۹۲m$$

۱۴۰. گزینه ۱ در ابتدا با توجه به شیب هر خط، معادلهٔ مربوط به آن خط را نوشته، با قرار دادن t در هر معادلهٔ v مربوط به آن لحظه را یافته و درنهایت شتاب متوسط را محاسبه می‌کنیم.

$$a_{av}=\frac{v_۲-v_۱}{\Delta t}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\xrightarrow{t=۰\ -\ t=۵}\ v=۲t\ \xrightarrow{t=۲}\ v_۱=۴\\ \xrightarrow{t=۱۰\ -\ t=۱۴}\ v-۱۰=-\frac{۱۰}{۴}(t-۱۰)\ \xrightarrow{t=۱۲}\ v_۲=۵\end{array}\right.\Rightarrow a_{av}=\frac{۵-۴}{۱۰}=\frac{۱}{۱۰}\frac{m}{s^۲}$$

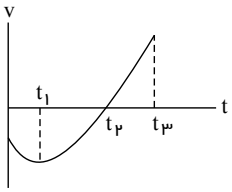
۱۴۱. گزینه ۱ فقط گزینهٔ «ب» درست است، زیرا در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$، سرعت مثبت است یعنی متحرک در جهت محور حرکت کرده.

گزینهٔ الف غلط است چون در لحظهٔ $t_۱$ فقط جهت شتاب تغییر کرده

گزینهٔ پ غلط است چون در بازهٔ صفر تا $t_۱$ تندی در حال افزایش است.

گزینهٔ ت غلط است چون در بازهٔ صفر تا $t_۲$ در ابتدا شتاب مثبت (در جهت محور) سپس منفی است (در خلاف جهت محور)، (دقت کنید که شیب خط مماس بر $v-t$ همان شتاب متحرک است.)

۱۴۲. گزینه ۴



در بازهٔ صفر تا $t_۲$ متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، چون سرعت در این بازه منفی است.

با توجه به این‌که در این بازه سرعت تغییر علامت نمی‌دهد و متحرک روی خط راست حرکت می‌کند، پس اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت طی شده در این بازه برابر است.

شیب خط واصل دو نقطه در نمودار سرعت – زمان برابر با شتاب متوسط است. از لحظهٔ صفر تا $t_۲$ شیب خط واصل مثبت است، پس شتاب متوسط مثبت است.

از صفر تا $t_۱$ چون شیب خط مماس بر نمودار منفی است، شتاب منفی و از $t_۱$ تا $t_۲$ شیب خط مماس بر نمودار مثبت است، پس شتاب مثبت است. (در لحظهٔ $t_۱$ جهت شتاب عوض شده است.) پس گزینهٔ «۴» نادرست است.

۱۴۳. گزینه ۳ مطابق نمودار داریم:

$$a_{t=۱۰s} = \frac{۱۶ - ۰}{۱۰ - ۶} = ۴\, m/s^۲$$

$$(a_{av})_{۵s-۱۲s} = \frac{v_{t=۱۲s} - v_{t=۵s}}{۱۲ - ۵} = \frac{v_{t=۱۲s} - ۸}{۷}$$

$$\xrightarrow{a_{t=۱۰s} = (a_{av})_{۵s-۱۲s} = ۴m/s^۲} ۴ = \frac{v_{t=۱۲s} - ۸}{۷} \Rightarrow v_{t=۱۲s} = ۳۶m/s$$

دو ثانیهٔ ششم یعنی بازهٔ زمانی بین لحظات $t_۱ = ۱۰s$ تا $t_۲ = ۱۲s$:

$$(a_{av})_{۱۰s-۱۲s} = \frac{۳۶ - ۱۶}{۱۲ - ۱۰} = ۱۰\, m/s^۲$$

۱۴۴. گزینه ۴ سرعت در هر لحظهٔ، برابر با شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در آن لحظه و شتاب در هر لحظه، برابر با شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان در آن لحظه است. در نمودارهای (الف، ب و ج) بردار سرعت متحرک در خلاف جهت محور x و بردار شتاب آن در جهت محور x است.

در نمودار (د) سرعت متحرک در جهت محور x و شتاب متحرک در خلاف جهت محور x است.

پاسخنامه کلیدی

۱۰۷	۲	۱۱۴	۲	۱۲۱	۳	۱۲۸	۲	۱۳۵	۲	۱۴۲	۴
۱۰۸	۲	۱۱۵	۳	۱۲۲	۳	۱۲۹	۲	۱۳۶	۲	۱۴۳	۳
۱۰۹	۳	۱۱۶	۴	۱۲۳	۱	۱۳۰	۳	۱۳۷	۴	۱۴۴	۴
۱۱۰	۳	۱۱۷	۱	۱۲۴	۱	۱۳۱	۴	۱۳۸	۴		
۱۱۱	۲	۱۱۸	۴	۱۲۵	۳	۱۳۲	۲	۱۳۹	۴		
۱۱۲	۳	۱۱۹	۲	۱۲۶	۳	۱۳۳	۱	۱۴۰	۱		
۱۱۳	۴	۱۲۰	۲	۱۲۷	۴	۱۳۴	۴	۱۴۱	۱		