پاسخنامه تشریحی

۵۷۸. گزینه ۳ در آزمایش اول که نخ را به آرامی می‌کشیم، اثر نیروی وارده بر نخ فرصت انتقال پیدا می‌کند و از قسمت بالای وزنه پاره می‌شود چون نیروی کشش نخ در قسمت بالا بیشتر است. درآزمایش دوم که نخ را به صورت ضربه ای و آنی می‌کشیم ، اثر نیرو فرصت انتقال پیدا نمی‌کند و از قسمت پایین پاره می‌شود.

۵۷۹. گزینه ۳ چون کشتی با سرعت ثابت و در راستای افقی در حال حرکت است، لذا شتاب آن صفر است. همچنین کشتی در راستای قائم حرکت نمی‌کند، بنابراین شتاب آن در راستای قائم نیز صفر است، بنابراین با توجه به قانون اول نیوتون کشتی در حال تعادل است و در نتیجه:

$$F_۱ = F_۲, F_۳ = F_۴$$

۵۸۰. گزینه ۴ مطابق قانون اول نیوتون اگر نیروی خالص وارد بر یک جسم صفر باشد، در صورتی که جسم در حال حرکت باشد، حرکت آن به‌صورت یکنواخت است. یعنی اندازه و جهت سرعت آن ثابت است و اگر جسم ساکن باشد، حالت سکون خود را حفظ می‌کند. در قانون اول نیوتون ممکن است هیچ نیرویی به جسم وارد نشود یا این‌که اگر دو یا چند نیرو به آن وارد می‌شود برایند نیروها برابر با صفر باشد.

۵۸۱. گزینه ۳ اگر جسمی از حالت سکون شروع به حرکت کند، چون در ابتدای حرکت، حتماً حرکت آن شتاب‌دار است، بنابراین برایند نیروهای وارد بر آن صفر نخواهد بود.

۵۸۲. گزینه ۱ طبق قانون اول نیوتون، یک جسم حالت سکون یا حرکت با سرعت ثابت خود را حفظ می‌کند، مگر آن‌که نیروی خالص غیرصفری به آن اثر کند. پس اگر طناب را به سرعت بکشیم، گلوله تمایل دارد حالت سکون خود را حفظ کند و در نتیجه طناب پایین پاره می‌شود. اما اگر طناب را به آرامی بکشیم، به طناب پایینی فقط نیروی دستِ ما اثر می‌کند در حالی‌که به طناب بالایی مجموع نیروی دست و وزن گلوله اثر می‌کند؛ بنابراین طناب بالایی پاره می‌شود.

۵۸۳. گزینه ۳

اگر برآیند چند نیرو صفر شود، در صورتی که یکی از نیروها حذف شود، بزرگی برآیند نیروهای باقی‌مانده به همان اندازهٔ بزرگیِ نیروی حذف شده است

$$\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \vec{F}_۳ + \vec{F}_۴ = ۰ \Rightarrow \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \vec{F}_۴ = -\vec{F}_۳$$

پس اگر $\vec{F}_۳$ حذف شود اندازهٔ برآیند بقیهٔ نیروها برابر با اندازهٔ نیروی $F_۳$ است پس:

$$F_۳ = ma \Rightarrow ۱۵ = ۲a \Rightarrow a = ۷/۵\frac{m}{s} \Rightarrow \Delta v = a\Delta t = ۱۵\frac{m}{s}$$

۵۸۴. گزینه ۲ ابتدا شتاب توقف اتومبیل را بدست می‌آوریم:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = a \times ۵ + ۲۰ \Rightarrow a = -۴\frac{m}{s^۲}$$

$$F = ma \Rightarrow F = (۱/۲ \times ۱۰۰۰) \times |-۴| = ۴/۸ \times ۱۰^۳ N$$

۵۸۵. گزینه ۲ شتاب متوسط حرکت اتومبیل در بازهٔ زمانی $۰/۳s$ عبارت است از:

$$a_{av} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱}$$

$$v_۱ = ۵۴\frac{km}{h} = ۱۵\frac{m}{s} \Rightarrow \bar{a} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۰ - ۱۵}{۰/۳} = -۵۰\frac{m}{s^۲} \Rightarrow |\bar{a}| = ۵۰\frac{m}{s^۲}$$

$v_۲ = ۰$ سرعت اتومبیل به صفر می رسد.

در ادامهٔ بزرگی نیروی متوسطی که کمربند بر شخص وارد می کند، عبارت است از:

$$F = m\bar{a} = ۶۰ \times ۵۰ = ۳۰۰۰N$$

۵۸۶. گزینه ۳ چون جسم در حال تعادل است، بنابراین برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است.

$$\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \vec{F}_۳ = ۰ \Rightarrow \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ = -\vec{F}_۳ \xrightarrow[\vec{F'}_۲ = \frac{۲}{۳}\vec{F}_۲]{\vec{F'}_۱ = \frac{۲}{۳}\vec{F}_۱} \vec{F'}_۱ + \vec{F'}_۲ + \vec{F}_۳ = \frac{۲}{۳}\vec{F}_۱ + \frac{۲}{۳}\vec{F}_۲ + \vec{F}_۳$$

$$= \frac{۲}{۳}(\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲) + \vec{F}_۳ \xrightarrow{\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ = -\vec{F}_۳} \vec{F}_{net} = -\frac{۲}{۳}\vec{F}_۳ + \vec{F}_۳ = \frac{۱}{۳}\vec{F}_۳$$

$$F_{net} = ma \xrightarrow{|\vec{F}_{net}| = \frac{۱}{۳}|\vec{F}_۳|} \frac{۱}{۳} \times ۱۲ = ۲ \times a \Rightarrow a = ۲m/s^۲$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۸ = ۲t + ۰ \Rightarrow t = ۴s$$

۵۸۷. گزینه ۲ با استفاده از معادلهٔ سرعت – جابه‌جایی، شتاب حرکت را می‌یابیم. داریم:

$$\Rightarrow ۰ = v_۰^۲ + ۲a\Delta x \Rightarrow a = -\frac{v_۰^۲}{۲\Delta x}$$

حال با استفاده از قانون دوم نیوتون، داریم:

$$F = ma = m \times \frac{(-v_۰^۲)}{۲\Delta x}$$

برای جابه‌جایی یکسان، نیرو با جرم و مجذور تندی اولیه نسبت مستقیم دارد. بنابراین:

$$\frac{F_A}{F_B} = \frac{m_A}{m_B} \times (\frac{v_{۰A}}{v_{۰B}})^۲ = \frac{۱۰۰۰}{۲۰۰۰} \times (\frac{۲۰}{۱۰})^۲ = ۲$$

۵۸۸. گزینه ۱ طبق قانون دوم نیوتون شتاب مجموعه با برایند نیروهای وارد بر جسم رابطهٔ مستقیم و با جرم جسم رابطهٔ عکس دارد. بیشترین مقدار نیروی برایند در حالتی رخ می‌دهد که نیروها با هم، هم‌جهت باشند.

$$F_{\max} = ۲ + ۷ + ۶ = ۱۵N \Rightarrow a_{\max} = \frac{F_{\max}}{m} = \frac{۱۵}{۱} = ۱۵\frac{m}{s^۲}$$

کمترین اندازهٔ شتاب در حالتی است که نیروهای $F_۱$ و $F_۲$ با یکدیگر هم‌جهت و در خلاف جهت نیروی $F_۳$ باشد.

داریم:

$$F_{\min} = F_۱ + F_۲ - F_۳ = ۱N$$
$$a_{\min} = \frac{۱}{۱} = ۱\frac{m}{s^۲}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$a_{\max} - a_{\min} = ۱۵ - ۱ = ۱۴\frac{m}{s^۲}$$

۵۸۹. گزینه ۱ قانون دوم نیوتن را برای هر دو گوی می‌نویسیم.

$$m_۱ g - f_D = m_۱ a_۱ \Rightarrow ۲ \times ۱۰ - ۱۰ = ۲a_۱ \Rightarrow a_۱ = ۵\frac{m}{s^۲}$$
$$m_۲ g - f_D = m_۲ a_۲ \Rightarrow ۴ \times ۱۰ - ۱۰ = ۴a_۲ \Rightarrow a_۲ = ۷/۵\frac{m}{s^۲}$$

بیش‌ترین فاصلهٔ دو گوی در لحظه‌ای رخ می‌دهد که گوی دوم به زمین می‌رسد.

$$h = \frac{۱}{۲}at^۲ \Rightarrow ۱۵ = \frac{۱}{۲} \times ۷/۵ \times t^۲ \Rightarrow t = ۲s$$

در این لحظه داریم:

$$h = \frac{۱}{۲}a_۱ t^۲ \Rightarrow |\Delta y_۱| = \frac{۱}{۲} \times ۵ \times (۲)^۲ \Rightarrow |\Delta y_۱| = ۱۰m$$
$$d = h - |\Delta y_۱| = ۵$$

۵۹۰. گزینه ۴ مطابق قانون دوم نیوتن داریم:

$$F_{net} = ma \xrightarrow[a' = ۳a]{F'_{net} = F_{net} + ۸(N)} \frac{F_{net} + ۸}{F_{net}} = ۳ \Rightarrow ۳F_{net} = F_{net} + ۸ \Rightarrow F_{net} = ۴N$$

۵۹۱. گزینه ۱ با در نظر گرفتن جهت مثبت روبه بالا، شتاب متوسط سقوط جسم برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-۲۷ - ۰}{۳} \Rightarrow a = -۹\frac{m}{s^۲}$$

حال اگر قانون دوم نیوتن را برای جسم بنویسیم، خواهیم داشت:

$$F_{net} = ma \Rightarrow f_D - W = ma \Rightarrow f_D - ۱/۵ \times ۱۰ = ۱/۵ \times (-۹) \Rightarrow f_D = ۱/۵N$$

۵۹۲. گزینه ۳ با استفاده از قانون دوم نیوتن، جرم جسم‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$m_۱ \text{ جسم} \rightarrow |F_{net}| = m|a| \rightarrow ۱۳ - ۵ = m_۱ \times ۲ \rightarrow m_۱ = \frac{۸}{۲} = ۴kg$$
$$m_۲ \text{ جسم} \rightarrow |F_{net}| = m|a| \rightarrow (۴ + ۵) - ۲ = m_۲ \times ۲ \rightarrow m_۲ = \frac{۷}{۲} = ۳/۵kg$$
$$m_۳ \text{ جسم} \rightarrow |F_{net}| = m|a| \rightarrow ۵ - ۴ = m_۳ \times ۴ \rightarrow m_۳ = \frac{۱}{۴}kg$$
$$m_۴ \text{ جسم} \rightarrow |F_{net}| = m|a| \rightarrow (۹ + ۱) - ۵ = m_۴ \times ۱ \rightarrow m_۴ = \frac{۵}{۱} = ۵kg$$

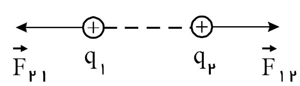
بنابراین $\Rightarrow m_۴ > m_۱ > m_۲ > m_۳$

۵۹۳. گزینه ۳ به دلیل متوازن بودن نیروهای وارد بر جسم، برآیند این سه نیرو برابر صفر است که در این صورت این جسم می‌تواند یا ساکن باشد و یا با سرعت ثابت حرکت کند، پس عبارت‌های ب و پ می‌توانند صحیح باشند.

اگر نیروی $\vec{F}_۱$ را حذف کنیم برآیند و نیروی $\vec{F}_۲$ و $\vec{F}_۳$ هم‌اندازه و خلاف جهت نیروی $\vec{F}_۱$ خواهند شد و طبق قانون دوم نیوتون جهت نیروی برآیند و شتاب حرکت یکسان است. بنابراین عبارت الف هم می‌تواند صحیح باشد.

۵۹۴. گزینه ۳ نمودار مکان - زمان جسم به‌صورت خط راست است، پس نوع حرکت یکنواخت است؛ بنابراین نیروهای وارد بر آن متوازن خواهد بود و از طرفی چون متحرک در جهت محور x در حال حرکت است، بنابراین اصطکاک در خلاف جهت محور x به آن وارد می‌شود و از طرفی دیگر $\vec{F}_۲$ در جهت محور x است و پس از $\vec{F}_۱$ حرکت جسم پیوسته تندشونده خواهد بود.

۵۹۵. گزینه ۴ طبق قانون سوم نیوتون، وقتی جسم (۱) نیروی $\vec{F}_{۱۲}$ را به جسم (۲) وارد می‌کند جسم (۲) نیز نیروی $\vec{F}_{۲۱}$ را به جسم (۱) وارد می‌کند. اگر $\vec{F}_{۱۲}$ را نیروی کنش بنامیم، $\vec{F}_{۲۱}$ نیروی واکنش نام دارد. باتوجه به شکل نیز می‌توان نوشت:



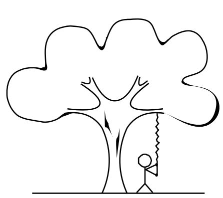
۱) نیروهای کنش و واکنش همواره هم‌اندازه هستند.

۲) نیروهای کنش و واکنش همواره هم راستا، اما در خلاف جهت یک‌دیگر هستند.

۳) نیروهای کنش و واکنش همواره بر دو جسم جدا از هم وارد می‌شوند، بنابراین قابل برایندگیری نیستند و اثر یک‌دیگر را خنثی نمی‌کنند.

۴) نیروهای کنش و واکنش همواره از یک نوع هستند. (مثلاً الکتریکی هستند یا گرانشی و یا...)

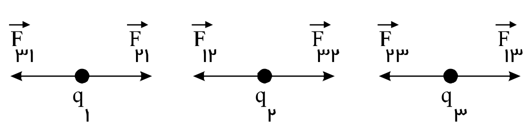
۵۹۶. گزینه ۴



واکنش (عکس‌العمل) هر نیرویی به عامل بوجود آورنده آن وارد می‌شود.

طناب جرم دارد، پس از طرف زمین به آن نیرو (وزن) وارد می‌شود $\Leftarrow$ واکنش به زمین شخص طناب را می‌کشد و به آن نیرو وارد می‌کند $\Leftarrow$ واکنش به شخص طناب با درخت اتصال دارد. (بین آنها نیرو یا اثر وجود دارد)، طناب به درخت نیرو وارد می‌کند $\Leftarrow$ واکنش آن به درخت وارد می‌شود.

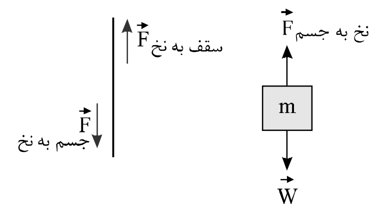
۵۹۷. گزینه ۱ مطابق قانون سوم نیوتون و این‌که برایند نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از بارها برابر با صفر است، داریم:



مطابق شکل با خنثی شدن بار $q_۱$، نیروی خالص وارد بر بار $q_۲$، $\vec{F}_{۳۲}$ (به سمت راست) و نیروی خالص وارد بر بار $q_۳$ نیروی $\vec{F}_{۲۳}$ (به سمت چپ) است.

۵۹۸. گزینه ۲

$$\vec{F}_{\text{نخ به جسم}} = -\vec{W} \Rightarrow \vec{F}_{\text{جسم به نخ}} = -\vec{F}_{\text{نخ به جسم}} = \vec{W}$$



از آن‌جا که نیروی کشش نخ در تمام طول آن مقدار یکسانی دارد، بنابراین داریم:

$$|\vec{F}_{\text{نخ به سقف}}| = |\vec{F}_{\text{سقف به نخ}}| = |\vec{W}| \Rightarrow \vec{F}_{\text{سقف به نخ}} = -\vec{W}$$

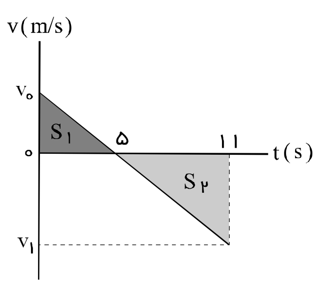
۵۹۹. گزینه ۳ جرم (۲) از جرم (۱) کمتر است.

$$F_2 = F_1 \rightarrow m_1 a_1 = m_2 a_2 \xrightarrow{m_2 < m_1} a_2 > a_1$$

بنابراین در یک زمان یکسان:

$$\begin{cases} \Delta t_2 = \Delta t_1 = \Delta t \\ \Delta x_2 = \dfrac{1}{2} a_2 \Delta t^2 \\ \Delta x_1 = \dfrac{1}{2} a_1 \Delta t^2 \end{cases} \rightarrow \Delta x_2 > \Delta x_1 \rightarrow (\text{بین } A \text{ و } O \text{ به هم می‌رسند.})$$

۶۰۰. گزینه ۳



با توجه به ثابت بودن شیب نمودار و از تشابه دو مثلث نشان داده شده، داریم:

$$\frac{v_0}{5} = \frac{v_1}{6} \Rightarrow v_1 = 1/2 v_0$$

از طرفی حاصل جمع قدرمطلق جابه‌جایی‌ها برابر مسافت است و در نمودار سرعت – زمان مساحت محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان در یک بازهٔ زمانی مشخص برابر با جابه‌جایی متحرک در آن بازهٔ زمانی است:

$$l = s_1 + s_2 \Rightarrow 122 = \frac{v_0 \times 5}{2} + \frac{v_1 \times 6}{2} \Rightarrow 122 = 2/5 v_0 + 3/6 v_0 \Rightarrow 6/1 v_0 = 122$$

$$\Rightarrow v_0 = 20 \frac{m}{s}$$

شیب خط مماس بر نمودار سرعت – زمان، همان شتاب متحرکی در آن لحظه است که با توجه به نمودار ثابت است.

$$a=\frac{۰-۲۰}{۵}=-۴\frac{m}{s^۲}$$

از قانون دوم نیوتون داریم:

$$|F_{net}|=m|a|=۴/۵\times ۴=۱۸N$$

۶۰۱. گزینه ۳ در حالت نهایی، طبق قانون اول نیوتون نیروی خالص وارد بر جسم صفر است، بنابراین:

$$\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳=۰\Rightarrow(۴+\alpha+\alpha)\vec{i}+(\beta+۳+\alpha+۱)\vec{j}=۰\Rightarrow(۲\alpha+۴)\vec{i}$$
$$+(\beta+\alpha+۴)\vec{j}=۰\begin{cases}۲\alpha+۴=۰\Rightarrow\alpha=-۲\\ \beta+\alpha+۴=۰\Rightarrow\beta-۲+۴=۰\Rightarrow\beta=-۲\end{cases}$$

از طرفی در حالت اول، داریم:

$$\vec{F}_{net}=(\alpha+۴)\vec{i}+(\beta+۳)\vec{j}\Rightarrow\vec{F}_{net}=\sqrt{(\alpha+۴)^۲+(\beta+۳)^۲}$$

$$\vec{F}_{net}=ma\Rightarrow\sqrt{(\alpha+۴)^۲+(\beta+۳)^۲}=۴m\Rightarrow\sqrt{(-۲+۴)^۲+(-۲+۳)^۲}=۴m$$
$$\Rightarrow m=\frac{\sqrt{۵}}{۴}kg$$

۶۰۲. گزینه ۱

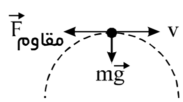
جهت نیروی گرانش وارد بر شخص همواره به طرف زمین است.

۶۰۳. گزینه ۳ نسبت وزن جسم بر سطح کره‌ها با نسبت اندازهٔ شتاب گرانشی برابر است، زیرا جرم جسم، در همه‌جا ثابت است.

$$W=mg\rightarrow\frac{W_{\text{ماه}}}{W_{\text{مریخ}}}=\frac{g_{\text{ماه}}}{g_{\text{مریخ}}}\Rightarrow\frac{W_{\text{ماه}}}{W_{\text{مریخ}}}=\frac{۱/۶}{۳/۷}=\frac{۱۶}{۳۷}\simeq ۰/۴۳$$

۶۰۴. گزینه ۴

شتاب دو مؤلفهٔ a_x و a_y دارد.



$$F_{net}=ma=\sqrt{(mg)^۲+(F_{\text{مقاوم}})^۲}\Rightarrow m^۲\times(۱۲/۵)^۲=m^۲\times ۱۰^۲+(۰/۴۸)^۲$$

$$\Rightarrow m^۲((۱۲/۵)^۲-۱۰^۲)=(۰/۴۸)^۲\Rightarrow m=\sqrt{\frac{(۰/۴۸)^۲}{۵۶/۲۵}}=\sqrt{\frac{(۰/۴۸)^۲}{(۷/۵)^۲}}$$

$$\Rightarrow m=\frac{۰/۴۸}{۷/۵}=۰/۰۶۴kg=۶۴g$$

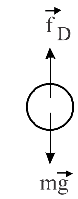
۶۰۵. گزینه ۱ سوی مثبت محور را به طرف بالا می‌گیریم و با توجه به ثابت بودن شتاب داریم:

$$\Delta y=-\frac{۱}{۲}gt^{۲}\xrightarrow[t=۱۰s]{\Delta y=-۱۰۰m}-۱۰۰=\frac{۱}{۲}a(۱۰)^{۲}\Rightarrow a=-۲m/s^{۲}$$

از طرف دیگر بر جسم دو نیروی وزن و مقاومت هوا وارد می‌شود بنابراین داریم:

$$F_{net}=ma\Rightarrow f_D-mg=ma\Rightarrow f_D-۱۰۰=۱۰\times(-۲)$$

$$\Rightarrow f_D=۸۰N$$



۶۰۶. گزینه ۳ قانون دوم نیوتون را برای هر گلوله می‌نویسیم. داریم:

$$W-f_D=ma\Rightarrow a=\frac{W-f_D}{m}\xrightarrow{W=mg}a=\frac{mg-f_D}{m}$$

(جهت مثبت شتاب را به سمت پایین در نظر می‌گیریم.)

f_D: نیروی مقاومت هوا

$$a=g-\frac{f_D}{m}$$

با توجه به یکسان بودن نیروی مقاومت هوا، هرچه m بیش تر باشد، شتاب حرکت بیشتر است. در نتیجه:

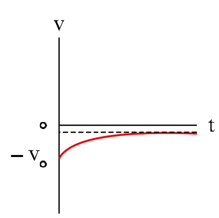
$$m_۲>m_۳>m_۱\Rightarrow a_۲>a_۳>a_۱$$

از طرفی طبق رابطهٔ سرعت - جابه‌جایی می توانیم بنویسیم:

$$v^{۲}-v_۰^{۲}=۲a\Delta y$$

$$v^{۲}-۰=۲ah\Rightarrow v=\sqrt{۲ah}\xrightarrow{a_۲>a_۳>a_۱}v_۲>v_۳>v_۱$$

۶۰۷. گزینه ۳



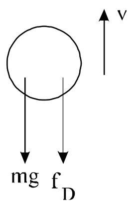
می‌بینیم که پس از باز شدن چتر نیروی مقاومت هوا بیشتر از نیروی وزن شخص می‌شود و شتاب رو به بالا و حرکت کندشونده خواهد داشت. در این لحظه تندی شخص کاهش می‌یابد، بنابراین نیروی مقاومت هوا نیز کاهش خواهد یافت تا جایی که به تندی حدی می‌رسد.

در این حالت نیروهای وارده متوازن شده و شخص با همان تندی حدی که داشت به حرکت رو به پایین خود ادامه خواهد داد.

۶۰۸. گزینه ۲ جسم را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول: هنگامی که جسم به سمت بالا حرکت می‌کند:

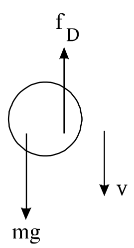
$$F_{net} = ma$$



$$-mg - f_D = ma_۱ \rightarrow a = -g - \frac{f_D}{m} = -(g + \frac{f_D}{m})$$

حالت دوم: هنگامی که جسم رو به پایین حرکت می‌کند، نیروی وزن در جهت حرکت و نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت حرکت به جسم وارد می‌شود:

$$F_{net} = ma$$



$mg - f_D = ma_۲ \rightarrow a_۲ = -(g - \frac{f_d}{m}) \Rightarrow |a_۱| > |a_۲| \rightarrow$ شیب نمودار در مرحلهٔ اول

$>$ شیب نمودار در مرحلهٔ دوم

نمودار گزینهٔ ۲ با توجه به اینکه شیب خط مماس بر نمودار $(v - t)$ بیانگر شتاب است، درست می‌باشد.

۶۰۹. گزینه ۱ اگر کل زمان سقوط گلوله را t فرض کنیم، با فرض در نظر گرفتن محل رها شدن گلوله به عنوان مبدأ مکان و جهت پایین به عنوان جهت مثبت، جابه‌جایی گلوله در ۲ ثانیهٔ اول و ۲ ثانیهٔ آخر حرکت برابر است با:

جابه‌جایی در ۲ ثانیهٔ اول : $y_۱ = \frac{۱}{۲}gt^۲ = \frac{۱}{۲}g \times ۲^۲ \Rightarrow y_۱ = \frac{۱}{۲}g \times ۴$

جابه‌جایی در ۲ ثانیهٔ آخر : $y_t - t_{t-۲} = \frac{۱}{۲}g[t^۲ - (t - ۲)^۲]$

طبق فرض سؤال داریم:

$$\frac{۱}{۲}g[t^۲ - (t - ۲)^۲] = ۵ \times \frac{۱}{۲}g \times ۴ \Rightarrow t = ۶s$$

بنابراین تندی گلوله در لحظهٔ برخورد به زمین برابر است با:

$$v = gt = ۱۰ \times ۶ \Rightarrow v = ۶۰\frac{m}{s}$$

۶۱۰. گزینه ۳ با نوشتن قانون دوم نیوتون برای جسم در راستای قائم داریم:

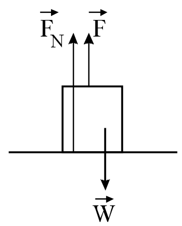
$$\overrightarrow{F}_N + \overrightarrow{F} + \vec{W} = ۰$$

با انتخاب جهت مثبت به سمت بالا داریم:

$$\vec{F} = -\vec{F}_N - \vec{W}$$

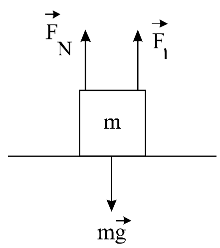
$$\xrightarrow{\vec{F}_N = ۳۵\vec{j}(N)\ ,\ \vec{W} = -۴۰\vec{j}(N)} \vec{F} = -۳۵\vec{j} + ۴۰\vec{j} = ۵\vec{j}\ (N)$$

بنابراین جهت نیروی $\vec{F}$ به سمت بالا است.

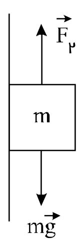


۶۱۱. گزینه ۴

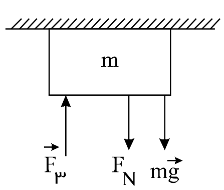
نیروهای وارد بر هر جسم را رسم می‌کنیم:

۱) 

$F_۱ + F_N = mg \rightarrow F_۱ = mg - F_N \rightarrow F_۱ < mg$

۲) 

$F_۲ = mg$

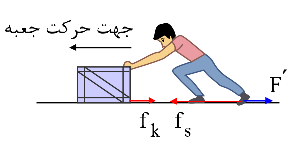
۱) 

$F_۳ = F_N + mg \rightarrow F_۳ > mg$

پس در نهایت داریم:

$\Rightarrow F_۳ > F_۲ > F_۱$

۶۱۲. گزینه ۱

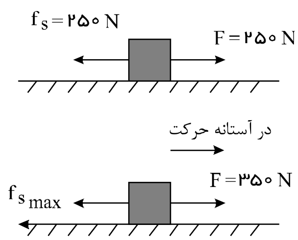


نیروی اصطکاک همواره در خلاف جهت حرکت واقعی یا احتمالی جسم به جسم اثر می‌کند. مطابق شکل نیروی f' نیرویی است که از طرف کف کفش شخص به سطح زمین وارد می‌شود. طبق قانون سوم نیوتون عکس‌العمل این نیرو، همان نیروی f_s است که از طرف سطح زمین به پای شخص وارد می‌شود. که جهت آن به طرف غرب خواهد بود. اما به راستی چرا نیروی اصطکاک وارد بر شخص از نوع ایستایی است؟

از طرفی جعبه به سمت غرب حرکت می‌کند. پس نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جعبه در خلاف جهت حرکت آن یعنی در جهت شرق به جعبه وارد می‌شود.

۶۱۳. گزینه ۱

ابتدا که جسم ساکن است:نیروی وارد بر جسم متوازن‌اند، بنابراین، نیروی اصطحکاک ایستایی هم‌اندازه با نیروی F است

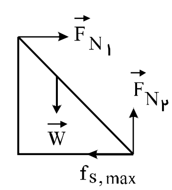


در حالت دوم، نیز این نیروها هم اندازه‌اند و داریم:

$$f_s = F = ۲۵۰N$$

$$(f_s)_{max} = \mu_s F_N = \mu_s mg \rightarrow \mu_s = \frac{(f_s)_{max}}{mg} = \frac{۳۵۰}{۵۰۰} \rightarrow \mu_s = ۰/۷$$

۶۱۴. گزینه ۲ جهت نیروهای وارد بر نردبان را مشخص می‌کنیم؛ چون نردبان در آستانهٔ لغزش است، برایند نیروهای وارد بر آن در دو راستای افقی و قائم برابر با صفر می‌شود.



$$f_{s,max} = F_{N_۱} = \mu_s F_{N_۲} \xrightarrow[\mu_s = ۰/۵]{F_{N_۲} = W} f_{s,max} = F_{N_۱} = ۰/۵W$$

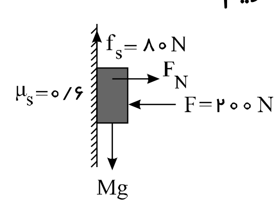
$$R_۲ = \sqrt{f_{s,max}^۲ + F_{N_۲}^۲} = \sqrt{(۰/۵W)^۲ + W^۲} = W\sqrt{۱/۲۵} = \frac{W}{۲}\sqrt{۵} \quad (۱)$$

$$R_۱ = F_{N_۱} = \frac{W}{۲} \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \frac{R_۲}{R_۱} = \frac{\frac{W}{۲}\sqrt{۵}}{\frac{W}{۲}} = \sqrt{۵}$$

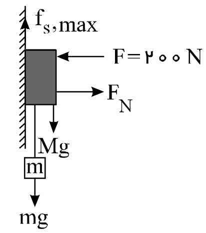
۶۱۵. گزینه ۲ ابتدا جرم M را محاسبه می‌کنیم. با توجه به شکل، چون جسم در راستای قائم در حالت تعادل قرار دارد، داریم:

$$(F_y)_{net} = ۰ \Rightarrow f_s = Mg \Rightarrow ۸۰ = M \times ۱۰ \Rightarrow M = ۸kg$$



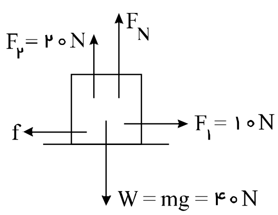
بعد از آویزان کردن وزنه، جسم در آستانهٔ حرکت قرار گرفته و در این حالت نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه به جسم

وارد می‌شود و چون جسم در راستای قائم و افقی در حالت تعادل قرار دارد، داریم:



$$(F_x)_{net} = ۰ \Rightarrow F_N = F = ۲۰۰N$$
$$\Rightarrow \mu_s F_N = Mg + mg \Rightarrow f_{s,\max} = Mg + mg$$
$$\Rightarrow m = ۴kg \Rightarrow ۰/۶ \times ۲۰۰ = ۸۰ + ۱۰m \Rightarrow ۱۲۰ = ۸۰ + ۱۰m$$

۶۱۶. گزینه ۴

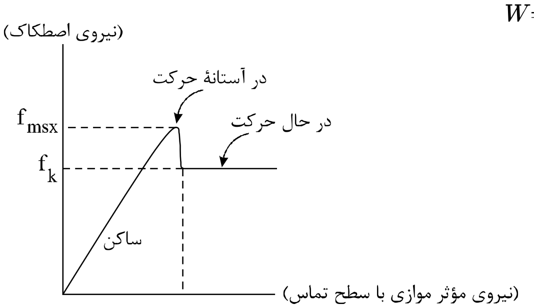


قبل از هر چیز می‌دانیم که نیروی اصطکاک در حال سکون مقدار ثابتی نیست و مادامی که جسم ساکن است، با نیروی محرکی که تمایل به حرکت دادن جسم دارد، هم‌اندازه است، یعنی در اینجا تا موقعی که جسم ساکن است، $f_s = F_۱$ است. از این رو اگر $F_۱$ تغییر کند، f_s نیز تغییر می‌کند. ولی در سؤال داده‌شده، نیروی متغیر، $F_۲$ است نه $F_۱$. پس چون $F_۱$ ثابت است، تا قبل از حرکت مقدار f_s ثابت می‌ماند (که تا اینجا فقط گزینهٔ «۴» این‌گونه بوده و صحیح است.) اما در آستانهٔ حرکت نیروی اصطکاک $f_{s,max}$ و بعد از آن f_k است. از این رو اگر نیروی $F_۱$ در نهایت بتواند جسم را به حرکت وادارد نیروی اصطکاک در بازهٔ شروع به حرکت و حرکت، کاهش می‌یابد. پس باید بررسی کنیم تا $F_۱$ می‌تواند جسم را به حرکت وادارد یا خیر، یعنی:

$$\text{در آستانهٔ حرکت} : f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow[\mu_s = ۰/۴]{f_{s,max} = F_۱ = ۱۰N} ۱۰ = ۰/۴ \times F_N \Rightarrow F_N = ۲۵N$$

حال اگر در آستانهٔ حرکت، مقدار $F_۲$ را بیابیم، داریم:

$$F_N + F_۲ = W \Rightarrow F_N = W - F_۲ \xrightarrow[W = ۴۰N]{F_N = ۲۵N} ۲۵ = ۴۰ - F_۲ \Rightarrow F_۲ = ۱۵N$$



یعنی به‌ازای $F_۲ = ۱۵N$ جسم شروع به حرکت می‌کند و از آن پس:
چون $F_۲$ در حال افزایش تا $۲۰N$ است، نیروی F_N کاهش یافته، پس نیروی اصطکاک نیز کاهش می‌یابد.

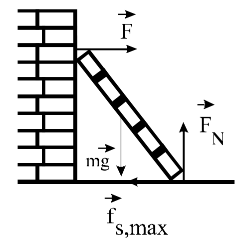
$$\downarrow f_k = \mu_k F_N \downarrow$$

۶۱۷. گزینه ۲ اگر نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند را F بنامیم:

$$F = f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s mg$$

و اگر نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند را R بنامیم:

$$R = \sqrt{F_N^{۲} + (\mu_s F_N)^{۲}} \xrightarrow{F_N = mg} R = mg\sqrt{۱ + \mu_s^{۲}}$$

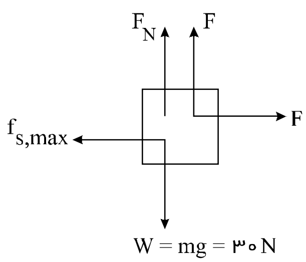


در نهایت داریم:

$$\frac{F}{R} = \frac{\mu_s mg}{mg\sqrt{۱ + \mu_s^{۲}}} = \frac{۱}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۶۱۸. گزینه ۲

در ابتدا بزرگی نیروی F را در حالت اول محاسبه می‌کنیم.



در آستانهٔ حرکت داریم:

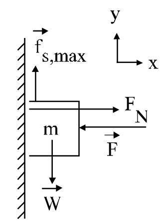
$$\begin{cases} F_N = ۳۰ - F \\ f_{smax} = F \end{cases} \xrightarrow[\mu_s = ۰/۵]{f_{smax} = \mu_s F_N} ۰/۵(۳۰ - F) = F \to F = ۱۰N$$

حال اگر اندازهٔ نیروی F به اندازهٔ ۴ نیوتون کاهش یابد، نیروی باقی‌مانده $۶N$ خواهد بود. در این موقعیت نیروی اصطکاک در آستانه حرکت را می‌یابیم:

$$\begin{cases} F'_N = ۳۰ - F' \xrightarrow{F' = ۶N} F'_N = ۲۴N \\ f'_{smax} = \mu_s F'_N = (۰/۵)(۲۴) = ۱۲N \end{cases}$$

در این موقعیت چون $F' = ۶N$ کمتر از $f'_{s_۱ max}$ است، بنابراین جسم حرکت نمی‌کند و ساکن است، پس: $f_s = F' = ۶N$ است.

۶۱۹. گزینه ۳ مطابق شکل، با توجه به نیروهای وارد بر جسم و با توجه به این‌که جسم در راستای افقی هیچ حرکتی ندارد، می‌توان نوشت:



$$(F_{net})_x = ۰ \Rightarrow F = F_N$$

شرط نلغزیدن جسم : $f_{s,\max} \geq mg \Rightarrow \mu_s F_N \geq mg \Rightarrow F_N \geq \dfrac{۲ \times ۱۰}{۰/۵} = ۴۰N$

$$\Rightarrow F_N = F \Rightarrow F \geq ۴۰N$$

۶۲۰. گزینه ۲ چون جسم ابتدا ساکن است باید اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ بیشتر از بیشینهٔ اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی شود تا جسم حرکت کند و تا قبل از آن، چون جسم ساکن است، اصطکاک از نوع ایستایی است و اندازهٔ آن برابر با اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ وارد بر جسم است. بنابراین ابتدا باید بیشینهٔ اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی و اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ در لحظهٔ $t = ۲s$ را محاسبه کرده و با هم مقایسه کنیم. داریم:

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N = \mu_s mg \Rightarrow f_{s,\max} = ۰/۲ \times ۵ \times ۱۰ = ۱۰N$$

$$F = ۳t + ۲ \xrightarrow{t=۲s} F = ۳ \times ۲ + ۲ \Rightarrow F = ۸N$$

چون $F < f_{s,\max}$ است، بنابراین جسم ساکن می‌ماند و اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر آن برابر است با:

$$f_s = F = ۸N$$

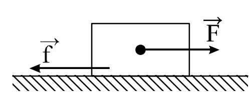
۶۲۱. گزینه ۳ ابتدا با استفاده از معادله‌ی سرعت – زمان جسم، سرعت آن را در لحظه‌ی قطع نیروی $\vec{F}$ بدست می‌آوریم.

$$v = ۲t + ۳ \xrightarrow{t=۳s} v = ۲ \times ۳ + ۳ = ۹\frac{m}{s}$$

پس از قطع نیروی $\vec{F}$، تنها نیروی اصطکاک به جسم شتاب می‌دهد و می‌توان نوشت:

$$v = a't + v_۰ \Rightarrow ۰ = a' \times ۶ + ۹ \Rightarrow a' = -۱/۵\frac{m}{s^۲}$$

$$-f = ma' \Rightarrow -f = ۲ \times (-۱/۵) \Rightarrow f = ۳N$$



با توجه به معادله‌ی سرعت – زمان جسم، در $۳s$ اول حرکت، شتاب جسم برابر $۲\frac{m}{s^۲}$ بوده است، بنابراین با توجه به شکل بالا داریم:

$$\sum F = ma \Rightarrow F - f = ma \Rightarrow F = ۳ + ۲ \times ۲ = ۷N$$

۶۲۲. گزینه ۲ شتاب در هر مرحله را حساب می‌کنیم با انتخاب جهت مثبت حرکت به‌سمت پایین داریم:

$$v^۲ - ۰^۲ = ۲a_۱\Delta x_۱ \Rightarrow a_۱ = \frac{v^۲}{۲\Delta x_۱} \xrightarrow[\Delta x_۱ = ۰/۱m]{v=۱m/s} a_۱ = \frac{۱^۲}{۲ \times ۰/۱} = ۵m/s^۲$$

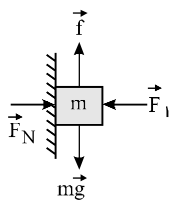
$$۰^۲ - v^۲ = ۲a_۲\Delta x_۲ \Rightarrow a_۲ = \frac{-۱^۲}{۲ \times ۰/۲} = -۲/۵m/s^۲$$

اکنون قانون دوم نیوتون را برای دو حالت می‌نویسیم:

$$\left.\begin{array}{l} F_{۲}+mg-\mu_k F_{۱}=ma_{۱} \\ F_{۲}+\mu_k F_{۱}-mg=m|a_{۲}| \end{array}\right\} \Rightarrow ۲F_{۲}=m(a_{۱}+|a_{۲}|)$$

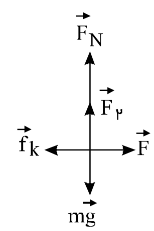
$$\Rightarrow F_{۲}=\frac{m(a_{۱}+|a_{۲}|)}{۲} \xrightarrow[a_{۲}=-۲/۵m/s^{۲}]{a_{۱}=۵m/s^{۲}\ ,\ m=۴۰۰g=۰/۴kg} F_{۲}=\frac{۰/۴\times(۲/۵+۵)}{۲}=۱/۵N$$

۶۲۳. گزینه ۱



هنگامی‌که جسم ساکن است، یا با سرعت ثابت حرکت می‌کند و یا در آستانهٔ حرکت است با توجه به قانون دوم نیوتون در راستای قائم، نیروی اصطکاک برابر وزن است.

۶۲۴. گزینه ۴ برآیند نیروها در راستای قائم برابر با صفر است، مطابق قانون دوم نیوتون برای حرکت در راستای افقی داریم:



$$F_{net}=ma\begin{cases} \text{در راستای قائم}: F_N+F_{۲}=mg\Rightarrow F_N=mg-F_{۲} \\ \text{در راستای افقی}: F_{۱}-f_k=ma \\ f_k=\mu_k F_N=\frac{۴}{۱۰}\times(۱۲\times۱۰-۴۰)=۳۲N \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۴۰-۳۲=۱۲a$$

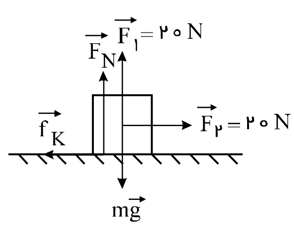
$$\Rightarrow ۸=۱۲a\Rightarrow a=\frac{۸}{۱۲}=\frac{۲}{۳}m/s^{۲}$$

۶۲۵. گزینه ۱

$$f_k=ma\xrightarrow[f_k=۶N]{m=۸۰۰\quad g=۰/۸kg} a=\frac{-۶}{۰/۸}=-۷/۵m/s^{۲}$$

$$v^{۲}-v_{۰}^{۲}=۲a\Delta x\Rightarrow ۰-۱۵^{۲}=۲\times(-۷/۵)\times\Delta x\Rightarrow \Delta x=\frac{۱۵\times۱۵}{۱۵}=۱۵m$$

۶۲۶. گزینه ۲



قبل از حذف نیروی $\overrightarrow{F_{۱}}$ یعنی در ۶ ثانیهٔ ابتدایی حرکت، داریم:

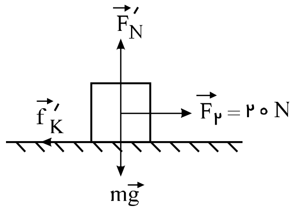
$$(F_{net})_y=۰\Rightarrow F_{۱}+F_N=mg\Rightarrow ۲۰+F_N=۵\times۱۰\Rightarrow F_N=۳۰N$$

$$(F_{net})_x=ma_x\Rightarrow F_{۲}-f_k=ma_x\Rightarrow F_{۲}-\mu_k F_N=ma_x$$

$$\Rightarrow ۲۰ - \mu_k \times ۳۰ = ۵ \times ۱ \Rightarrow \mu_k = ۰/۵$$

سرعت جسم در لحظهٔ $t = ۶s$ برابر است با:

$$v_۶ = at + v_۰ \Rightarrow v_۶ = ۱ \times ۶ + ۰ \Rightarrow v_۶ = ۶m/s$$



بعد از حذف نیروی $\vec{F}_۱$ یعنی از لحظهٔ $t = ۶s$ به بعد، می‌توان نوشت:

$$(F_{net})_y = ۰ \Rightarrow F'_N = mg = ۵ \times ۱۰ \Rightarrow F'_N = ۵۰N$$

$$(F_{net})_x = ma'_x \Rightarrow F_۲ - f'_k = ma'_x \Rightarrow ۲۰ - ۰/۵ \times ۵۰ = ۵a'_x \Rightarrow a'_x = -۱m/s^۲$$

گزینهٔ «۴» صحیح است.

متحرک در حال حرکت به‌طرف راست است و شتاب آن به‌طرف چپ می‌باشد، بنابراین حرکت متحرک کندشونده است و بعد از مدتی می‌ایستد. داریم:

$$v^۲ - v_۶^۲ = ۲a'\Delta x' \Rightarrow ۰ - ۶^۲ = ۲ \times (-۱)\Delta x' \Rightarrow \Delta x' = ۱۸m$$

گزینهٔ «۱» صحیح است.

$$v = a't' + v_۶ \Rightarrow ۰ = (-۱)t' + ۶ \Rightarrow t' = ۶s$$

گزینهٔ «۳» صحیح است.

۶۲۷. گزینه ۳ قانون دوم نیوتون را در راستای سطح می‌نویسیم:

در حالت اول : $F_{net} = ma$

$$F = f_{s,max} \Rightarrow ۱۰ = \mu_s mg \Rightarrow \mu_s = \frac{۱۰}{۵ \times ۱۰} = \frac{۱}{۵} = ۰/۲$$

$$F_N = mg$$

در حالت دوم: $F_{net} = ma$

$$\Rightarrow F' - f_k = ma \Rightarrow ۱۷ - f_k = ۵ \times ۳ \Rightarrow f_k = ۲N$$

$$\mu_k F_N = \mu_k mg = ۲ \Rightarrow \mu_k = \frac{۲}{۵ \times ۱۰} = ۰/۰۴$$

$$\mu_s - \mu_k = ۰/۲ - ۰/۰۴ = ۰/۱۶$$

۶۲۸. گزینه ۳ در ابتدا با وجود نیروی جلوبرندهٔ $\vec{F}$ و نیروی بازدارندهٔ اصطکاک $\vec{f}_k$، جسم با تندی ثابت روی خط راست حرکت می کند.

طبق قانون اول نیوتون، نیروی خالص در این حالت صفر و $F = f_k$ است و با قطع شدن نیروی $\vec{F}$، جسم فقط تحت تأثیر نیروی اصطکاک قرار دارد و مسافت توقف مثل ماشینی که ترمز می‌کند از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

و طبق قانون دوم نیوتون، اندازهٔ نیروی اصطکاک (که تنها نیروی وارد بر جسم است) برابر است با:

$$x_s = \frac{v_\circ^۲}{۲a} \Rightarrow ۴ = \frac{۵^۲}{|۲a|} \Rightarrow |a| = \frac{۲۵}{۸} = ۳/۱۲۵ m/s^۲ \Rightarrow f_k = F = ۴ \times ۳/۱۲۵ = ۱۲/۵\ N$$

بنابراین در ابتدا $F = f = ۱۲/۵N$ بوده است.

۶۲۹. گزینه ۴ چون جسم در ابتدا ساکن است و با اعمال نیروی افقی $\vec{F}$ شروع به حرکت می‌کند، بنابراین در t ثانیهٔ ابتدایی، حرکت جسم تندشونده و بعد از قطع نیروی $\vec{F}$ ، حرکت آن کندشونده خواهد بود تا جسم بایستد. داریم:

حرکت تندشونده : $F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma_۱ \Rightarrow a_۱ = \frac{۱}{m}(F - f_k)$

حرکت کندشونده : $F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma_۲ \Rightarrow a_۲ = \frac{-۱}{m} f_k$

حال با استفاده از معادلهٔ سرعت - جابه‌جایی در هر مرحله، داریم:

$$v^۲ = v_\circ^۲ + ۲a\Delta x$$

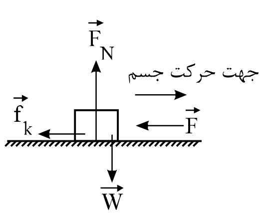
حرکت تندشونده : $v^۲ = \circ + ۲a_۱\Delta x_۱ \Rightarrow \Delta x_۱ = \frac{v^۲}{۲a_۱}$

حرکت کندشونده : $\circ = v^۲ + ۲a_۲\Delta x_۲ \Rightarrow \Delta x_۲ = \frac{-v^۲}{۲a_۲}$

بنابراین:

$$\frac{\Delta x_۲}{\Delta x_۱} = \frac{-a_۱}{a_۲} = \frac{-\frac{۱}{m}(F - f_k)}{-\frac{۱}{m} f_k} \rightarrow \frac{\Delta x_۲}{\Delta x_۱} = \frac{F - f_k}{f_k}$$

۶۳۰. گزینه ۴



جسم در ابتدا در جهت مثبت محور xها در حال حرکت است.

بنابراین نیروی اصطکاک از نوع جنبشی و در خلاف جهت محور xها به جسم وارد می‌شود.

با توجه به جهت نیروی $\vec{F}$، شتاب حرکت جسم را از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که جهت حرکت آن عوض می‌شود، به‌دست می‌آوریم.

$$(F_{net})_x = ma \Rightarrow -F - f_k = ma$$

$$\xrightarrow[F_N=W,W=mg,\mu_k=۰/۴]{f_k=\mu_k F_N,F=۱۲N,g=۱۰\frac{N}{kg},m=۱/۵kg} -۱۲ - ۰/۴ \times ۱/۵ \times ۱۰ = ۱/۵a \Rightarrow a = -۱۲\frac{m}{s^۲}$$

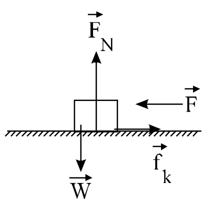
اکنون مدت زمانی که طول می‌کشد تا تندی جسم صفر شود را به‌دست می‌آوریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[a=-۱۲\frac{m}{s^۲},t_۰=۰]{v=۰,v_۰=۱۸\frac{m}{s}} t = \frac{۰-۱۸}{-۱۲} = ۱/۵s$$

اکنون بررسی می‌کنیم که در لحظه‌ای که تندی جسم صفر شده است، جسم به حرکت خود ادامه می‌دهد یا خیر؟

ابتدا $f_{s,\max}$ را به‌دست می‌آوریم و با نیروی F مقایسه می‌کنیم:

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N \xrightarrow[m=۱/۵kg,g=۱۰\frac{N}{kg}]{F_N=W,W=mg,\mu_s=۰/۵} f_{s,\max} = ۰/۵ \times ۱/۵ \times ۱۰ = ۷/۵N \xrightarrow{F=۱۲N} F > f_{s,\max}$$



بنابراین جسم در جهت نیروی F به حرکت خود ادامه می‌دهد.

پس در لحظهٔ $t = ۱/۵s$ جهت حرکت جسم عوض شده و در خلاف جهت محور xها شروع به حرکت می‌کند.

اکنون شتاب حرکت جسم را در این مرحله به‌دست می‌آوریم.

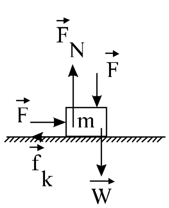
$$-F + f_k = ma' \xrightarrow[F_N=W,W=mg,\mu_k=۰/۴]{f_k=\mu_k F_N,m=۱/۵kg,g=۱۰\frac{N}{kg}} -۱۲ + ۰/۴ \times ۱/۵ \times ۱۰ = ۱/۵a'$$

$$\Rightarrow a' = \frac{-۶}{۱/۵} = -۴\frac{m}{s^۲}$$

بنابراین ادامهٔ حرکت جسم با شتاب $-۴\frac{m}{s^۲}$ است.

$$v' = a't' + v'_۰ \xrightarrow[a'=-۴\frac{m}{s^۲},v'_۰=۰]{t'=۴-۱/۵=۲/۵s} v' = -۴ \times ۲/۵ = -۱۰\frac{m}{s} \Rightarrow |v'| = ۱۰\frac{m}{s}$$

۶۳۱. گزینه ۳ نیروی سطح برایند دو نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح است.



$$R = \sqrt{F_N^۲ + f_k^۲}$$

با توجه به رابطهٔ نیروی سطح، نیروی $\vec{F}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow[f_k=\mu_k F_N]{F_N=W+F} R=\sqrt{(W+F)^۲+(\mu_k(W+F))^۲}$$

$$\Rightarrow R=(W+F)\sqrt{۱+\mu_k^۲}\xrightarrow[W=۲\times۱۰=۲۰N,R=۱۵۰N]{\mu_k=\frac{۳}{۴}}$$

$$۱۵۰=(۲۰+F)\sqrt{۱+(\frac{۳}{۴})^۲}\Rightarrow ۱۵۰=(۲+F)(\sqrt{\frac{۲۵}{۱۶}})$$

$$\Rightarrow ۲۰+F=\frac{۱۵۰\times۴}{۵}\Rightarrow F=۱۰۰N$$

اکنون قانون دوم نیوتون را برای جسم m می‌نویسیم:

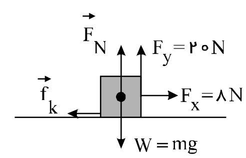
$$F-\mu_k F_N=ma\xrightarrow{F_N=W+F=۱۲۰N}۱۰۰-۱۲۰\times\frac{۳}{۴}=۲a\Rightarrow a=۵\frac{m}{s^۲}$$

۶۳۲. گزینه ۲ با توجه به شکل زیر، نیروی $\vec{F}=۸\vec{i}+۲۰\vec{j}(N)$ از دو نیروی عمود بر هم $F_y=۲۰N$ و $F_x=۸N$ تشکیل شده است.

ابتدا اندازهٔ نیروی اصطکاک جنبشی را به‌دست می‌آوریم. چون جسم در راستای قائم حرکتی ندارد، برایند نیروهای وارد بر آن در راستای قائم صفر است. بنابراین داریم:

$$(F_{net})_y=۰\Rightarrow F_N+F_y=mg\xrightarrow{m=۳kg}F_N+۲۰=۳\times۱۰\Rightarrow F_N=۱۰N$$

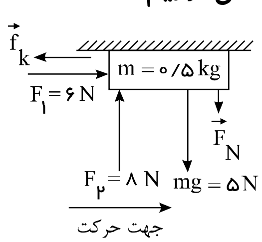
$$f_k=\mu_k\cdot F_N\xrightarrow{\mu_k=۰/۲}f_k=۰/۲\times۱۰\Rightarrow f_k=۲N$$



حال با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت جسم را می‌یابیم:

$$(F_{net})_x=ma\Rightarrow F_x-f_k=ma\xrightarrow[f_k=۲N]{F_x=۸N\ ,\ m=۳kg}۸-۲=۳a\Rightarrow a=۲\frac{m}{s^۲}$$

۶۳۳. گزینه ۴ با رسم نیروهای وارد بر جسم و اعمال قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم.



چون جسم در امتداد قائم شتاب ندارد، از قانون دوم نیوتون نتیجه می‌شود که نیروی خالص وارد بر جسم در راستای قائم صفر است:

$$F_۲-mg-F_N=۰\Rightarrow F_N=F_۲-mg=۸-۵=۳N$$

$$f_k = \mu_k F_N = ۰/۵ \times ۳ = ۱/۵ N$$

بنابراین جابه‌جایی در ثانیهٔ اول حرکت برابر است با:

$$a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{۶ - ۱/۵}{۰/۵} = ۹\frac{m}{s^۲}$$

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}a(t_۲^۲ - t_۱^۲) + v_۰(t_۲ - t_۱)$$

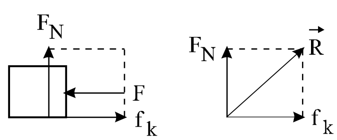
$$\Delta x = \frac{۱}{۲}(۹)(۱^۲ - ۰^۲) + ۰(۱ - ۰) = ۴/۵ m$$

۶۳۴. گزینه ۳ جسم با سرعت ثابت در حال حرکت است، پس برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است و پس از حذف نیروی $\vec{F}$، تنها نیرویی که بر جسم وارد می‌شود، نیروی اصطکاک بین جسم و سطح می‌باشد که اندازهٔ آن با اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ برابر است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = a \times ۴ + ۱۲ \Rightarrow a = -۳\frac{m}{s}$$

$$F = f_{\text{اصطکاک}} = ma = ۲ \times ۳ = ۶N$$

۶۳۵. گزینه ۴ نیروی سطح برایند دو نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک است.



بنابراین نیروی واکنش سطح (نیرویی که جسم به سطح افق وارد می‌کند.) مطابق قانون سوم نیوتون هم‌اندازه با $\vec{R}$ و در خلاف جهت آن به سطح وارد می‌شود. $\vec{R}'$

۶۳۶. گزینه ۱ در مسیر A تا B، حرکت یکنواخت است، بنابراین:

$$F - f_k = ۰ \Rightarrow F = f_k = \mu_k(mg) \Rightarrow F = ۰/۲ \times ۲ \times ۱۰ \Rightarrow F = ۴N$$

در مسیر B تا دیوار، حرکت با شتاب ثابت است. بنابراین:

$$F - f_k = ma \Rightarrow F - (\mu_k' mg) = ma$$

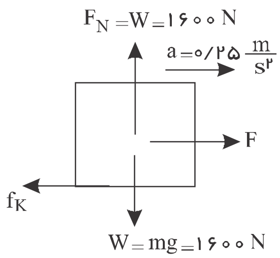
$$\Rightarrow ۴ - (۰/۴ \times ۲ \times ۱۰) = ۲a \Rightarrow a = -۲\frac{m}{s^۲}$$

اکنون برای مسیر B تا دیوار، با استفاده از معادلهٔ سرعت - جابه‌جایی (مستقل از زمان)، مسافت طی شده تا لحظهٔ توقف را حساب می‌کنیم.

$$v^۲ = v_۰^۲ + ۲a\Delta x \Rightarrow (۰)^۲ = (۶)^۲ + ۲(-۲)\Delta x \Rightarrow \Delta x = ۹m$$

چون فاصلهٔ نقطهٔ B تا دیوار $۱۰m$ است، پس متحرک در فاصلهٔ ۱ متری دیوار می‌ایستد.

۶۳۷. گزینه ۱ با رسم نیروی وارد بر صندوق داریم:



$$f_k=\mu_k F_N=۰٫۲\times ۱۶۰۰\rightarrow f_k=۳۲۰N$$

در حالت اول برای تعیین نیروی F داریم:

$$F_{net}=ma\rightarrow F-f_k=ma\rightarrow F-۳۲۰=۱۶۰\times ۰٫۲۵\rightarrow F=۳۶۰N$$

در حالت دوم برای تعیین جرم صندوق جدید داریم:

$$F_{net}=m'a'\rightarrow F-f'_k=m'a'\xrightarrow[a'=۲a]{f'_k=\mu_k=m'g}$$

$$F-\mu_k=m'g=m'a'\rightarrow ۳۶۰-۰٫۲\times m'\times ۱۰=m'\times ۰٫۵$$

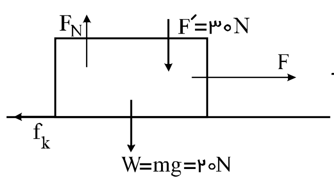
$$\rightarrow ۲٫۵m'=۳۶۰\rightarrow m'=۱۴۴kg$$

و در نهایت داریم:

$$\Delta m=m-m'=۱۶۰-۱۴۴\rightarrow \Delta m=۱۶kg$$

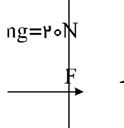
۶۳۸. گزینه ۳

در حالتی که جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، داریم:



$$F=f_k=\mu_k F_N\Rightarrow F=\mu_k(F'+mg)=\frac{۱}{۴}(۵۰)\Rightarrow F=۱۲٫۵N$$

در حالتی که نیروی F' نباشد، داریم:

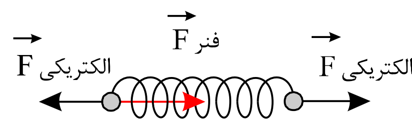


$$F_{net}=ma\Rightarrow F-f'_k=ma\Rightarrow F-\mu_k F'_N=ma\Rightarrow ۱۲٫۵-\frac{۱}{۴}\times ۲۰=۲a\Rightarrow a=۳٫۷۵\frac{m}{s}$$

۶۳۹. گزینه ۱

نیروی رانش الکتریکی بین دو ذره باردار، نیروی کشسانی فنر را تأمین می‌کند. بنابراین می‌توان نوشت: (در واقع چون بارها در حال تعادل هستند نیروی فنر و نیروی الکتریکی یکدیگر را خنثی میکنند. پس مساوی و خلاف جهت هم هستند.)

$$F_{\text{فنر}} = F_{\text{الکتریکی}} \xrightarrow[F_{\text{الکتریکی}}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}]{F_{\text{فنر}}=k_{\text{فنر}}\Delta l} k_{\text{فنر}}\Delta l = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$$



$$\xrightarrow[k=۹\times ۱۰^۹ \frac{N\cdot m^۲}{C^۲}\ ,\ r=۳\times ۱۰^{-۲}m]{=۱۰۰\frac{N}{m}\ ,q_L=۲\times ۱۰^{-۷}C\,,q_۲=۵\times ۱۰^{-۷}C} ۱۰۰\Delta l = ۹\times ۰^۹ \times \frac{۲\times ۱۰^{-۷}\times ۵\times ۱۰^{-۷}}{۹\times ۱۰^{-۴}} \Rightarrow ۱۰۰\Delta l = ۱$$

$$\Rightarrow \Delta l = ۰/۰۱m \Rightarrow \Delta l = ۱cm$$

۶۴۰. گزینه ۲ از روی نمودار مشخص است که به ازای اندازهٔ نیروی کشسانی یکسان، افزایش طول فنر (۲)، دو برابر افزایش طول فنر (۱) است. بنابراین:

$$F_e = kx \Rightarrow \frac{(F_e)_۲}{(F_e)_۱} = \frac{k_۲}{k_۱}\times\frac{x_۲}{x_۱} \Rightarrow ۱ = \frac{k_۲}{k_۱}\times\frac{۲x_۰}{x_۰} \Rightarrow \frac{k_۲}{k_۱} = \frac{۱}{۲}$$

وقتی وزنه‌ای به فنر می‌بندیم و آن را آویزان می‌کنیم، بعد از رسیدن به تعادل داریم:

$$F'_e - W = ۰ \Rightarrow F'_e = W \Rightarrow kx' = mg$$

$$\Rightarrow \frac{k_۲}{k_۱}\times\frac{x'_۲}{x'_۱} = \frac{m_۲}{m_۱} \Rightarrow \frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲} = \frac{m_۲}{m_۱} \Rightarrow \frac{m_۲}{m_۱} = \frac{۱}{۴}$$

۶۴۱. گزینه ۱

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k \times mg = ۰/۳\times ۲\times ۱۰ = ۶N$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = \overset{۰}{\cancel{ma}} \Rightarrow F = f_k = ۶N$$

$$F = kx \Rightarrow ۶ = k\times\frac{۲}{۱۰} \Rightarrow k = ۳۰N/m$$

۶۴۲. گزینه ۲ با استفاده از رابطهٔ بین اندازهٔ نیروی وارد بر فنر و تغییر طول آن، می‌توان نوشت:

$$F_e = kx \Rightarrow F_e = k(l - l_۰) \Rightarrow \Delta F_e = k(l_۲ - l_۱)$$

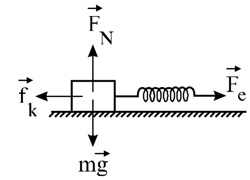
$$\Rightarrow \frac{\Delta F'_e}{\Delta F_e} = \frac{l'_۲ - l'_۱}{l_۲ - l_۱} \Rightarrow \frac{۲۴-۸}{۴۰-۸} = \frac{l'_۲ - ۴}{۸-۴} \Rightarrow l'_۲ = ۶cm$$

۶۴۳. گزینه ۲ با استفاده از رابطهٔ نیروی وارد بر فنر و افزایش طول آن، داریم:

$$F_e = kx \Rightarrow F_e = k\Delta\ell \Rightarrow \frac{F_{e۲}}{F_{e۱}} = \frac{\Delta L_۲}{\Delta L_۱} \Rightarrow \frac{۰/۳۵g}{۰/۲g} = \frac{L' - ۲۱}{۲۳-۲۱} \Rightarrow L' = ۲۴/۵cm$$

۶۴۴. گزینه ۲ ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. سپس از قانون دوم نیوتون در راستای x و y استفاده می‌کنیم.

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow F_N = mg = ۸۰N$$
$$\sum F_x = ma_x \Rightarrow F_e - f_k = ma$$



اگر برای F_e از قانون هوک $(F_e = kx)$ و برای f_k از $f_k = \mu_k F_N$ استفاده کنیم، در حالتی که $x_۱ = ۱۰cm$ و $x_۲ = ۱۵cm$ است، داریم:

$$kx - \mu_k mg = ma \begin{cases} k \times ۰/۱ - \mu_k \times ۸۰ = ۸ \times ۲/۵ \\ k \times ۰/۱۵ - \mu_k \times ۸۰ = ۸ \times ۵ \end{cases}$$

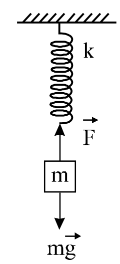
از حل این معادله μ_k به‌دست می‌آید: $\mu_k = ۰/۲۵$

۶۴۵. گزینه ۱ بر وزنه دو نیروی وزن و کشش فنر وارد می‌شود. بعد از ایجاد تعادل می‌توان نوشت:

$$\Sigma F_y = ۰ \Rightarrow F - mg = ۰ \Rightarrow ky = mg \Rightarrow k(l - l_۰) = mg \Rightarrow l = \frac{mg}{k} + l_۰$$

$$\Rightarrow l_۲ - l_۱ = \frac{(m_۲ - m_۱)g}{k} \Rightarrow k = \frac{(m_۲ - m_۱)g}{l_۲ - l_۱}$$

$$\Rightarrow k = \frac{(۵۰۰ - ۲۰۰) \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰}{(۳۰ - ۲۴) \times ۱۰^{-۲}} \Rightarrow k = ۵۰\frac{N}{m}$$

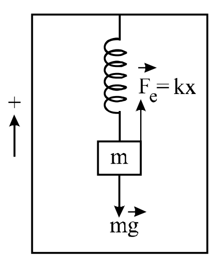


درحالت اول می‌توان نوشت:

$$k(l_۱ - l_۰) = m_۱ g \Rightarrow ۵۰ \times (۲۴ - l_۰) \times ۱۰^{-۲} = ۲۰۰ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰ \Rightarrow l_۰ = ۲۰cm = ۰/۲m$$

دقت کنید اگر برای حالت دوم نیز می‌نوشتیم، به همین نتیجه می‌رسیدیم. به‌عنوان تمرین، خودتان این محاسبات را انجام دهید.

۶۴۶. گزینه ۲



با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$kx - mg = ma$$

برای قسمت اول حرکت داریم:

$$۴۰۰x - ۰/۲ \times ۱۰ = ۰/۲ \times ۲ \Rightarrow x = ۰/۰۰۶m = ۰/۶cm$$

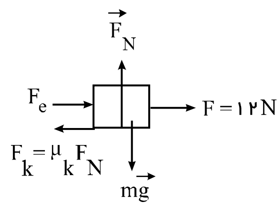
در قسمت دوم حرکت، چون حرکت کندشونده است، $a = -۲\frac{m}{s^۲}$ بوده و داریم:

$$۴۰۰x' - ۰/۲ \times ۱۰ = ۰/۲ \times (-۲) \Rightarrow x' = ۰/۴cm$$

بنابراین:

$$|x - x'| = ۰/۲cm$$

۶۴۷. گزینه ۲



دیاگرام نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. باتوجه به این‌که حرکت جسم تندشونده و به سمت راست است، بنابراین مطابق قانون دوم نیوتن جهت نیروی فنر ($\overrightarrow{F_e}$) به سمت راست است.

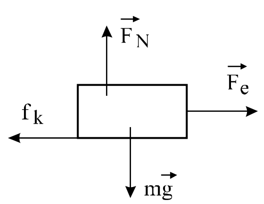
$$F_{net} = ma$$

$$F - f_k + F_e = ma \xrightarrow[F_N=mg, F_e=kx]{f_k=\mu_k F_N} ۱۲ - (۰/۴ \times ۲ \times ۱۰) + ۵۰x = ۲ \times ۳ \Rightarrow x = \frac{۲}{۵۰}m$$
$$= ۴cm$$

از آن‌جا که جهت نیروی فنر به سمت راست است بنابراین فنر در این حالت فشرده شده است. پس طول فنر در این حالت برابر است با:

$$x = \ell_\circ - \ell \xrightarrow[\ell_\circ = ۲۰cm]{x=۴cm} \ell = ۱۶cm$$

۶۴۸. گزینه ۳



نیروهای وارد بر هر جسم، در شکل مقابل رسم شده است. شتاب این حرکت از رابطهٔ $a = \frac{F_e - f_k}{m}$ به‌دست می‌آید.

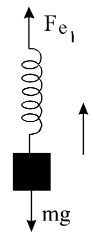
از طرف دیگر، $f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg$ بوده و برای هر سه جسم یکسان است و چون، طبق $F_e = kx$، تغییر طول ایجاد شده در هر سه فنر برابر است، پس فنری که مقدار k برای آن بیش‌تر باشد، نیروی بیش‌تری به جسم وارد کرده و بنابراین شتاب بیش‌تری به آن می‌دهد. در نمودار F_e برحسب x، شیب نمودار همان ثابت فنر است که طبق این نمودار:

$$k_C > k_B > k_A \Rightarrow F_{e(C)} > F_{e(B)} > F_{e(A)} \Rightarrow a_C > a_B > a_A$$

پس شتاب جسم متصل به فنر C از سایر فنرها بیش‌تر است.

۶۴۹. گزینه ۳

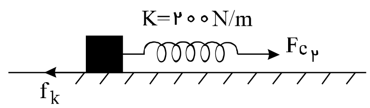
تغییر طول فنر نسبت به حالت عادی (طول اولیه‌اش) را ΔL می‌نامیم. با توجه به نمودار نیروهای وارد بر جسم داریم:

حالت اول $\Rightarrow$ 

$a = ۲\,m/s^۲ \Rightarrow F_{net} = ma \Rightarrow F_{e_1} - mg = ma \Rightarrow k\Delta L = m(g+a)$

$$\Rightarrow k\underbrace{(۴۲-۳۰)}_{۱۲} \times ۱۰^{-۲} = ۲\underbrace{(۱۰+۲)}_{۱۲} = ۲۴ \Rightarrow k = ۲۰۰\frac{N}{m}$$

بر روی سطح افقی، نیروی فنر به عنوان نیروی محرک و نیروی اصطکاک به عنوان مقاوم عمل می‌کند.

حالت دوم $\Rightarrow$ 

$\Rightarrow F_{net} = ma \Rightarrow F_{e_۲} - f_k = ma_۲$

$$\Rightarrow K\Delta L - \mu_k F_N = ma_۲ \Rightarrow ۲۰۰\underbrace{(۳۶-۳۰)}_{۶} \times ۱۰^{-۲} - \mu_k \times ۲۰ = ۲ \times ۲ = ۴$$

$$\Rightarrow ۱۲ - ۲۰\mu_k = ۴ \Rightarrow \mu_k = \frac{۸}{۲۰} \times \frac{۵}{۵} = ۰/۴ \Rightarrow \mu_k = ۰/۴$$

۶۵۰. گزینه ۴ در ابتدا جسم ساکن است پس داریم:

$$F_۱ = k\Delta\ell = ۲۰۰(۰/۲۵ - ۰/۲) = ۲۰۰ \times \frac{۵}{۱۰۰} = ۱۰N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s mg = ۰/۴ \times ۴ \times ۱۰ = ۱۶N$$

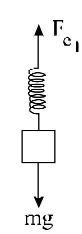
برای جسم در آستانهٔ حرکت داریم:

$$F_۲ = f_{s,max} = ۱۶N$$

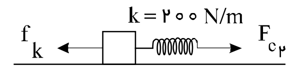
$$F \text{ درصد تغییرات } = \frac{F_۲ - F_۱}{F_۱} \times ۱۰۰ = \frac{۱۶ - ۱۰}{۱۰} \times ۱۰۰ = ۶۰\%$$

۶۵۱. گزینه ۳ حالت اول، با توجه به نیروهای وارد بر جسم در راستای قائم، با استفاده از قانون دوم نیوتون، ثابت فنر را می‌یابیم:

$$F_{net} = ma \to F_{e_۱} - mg = ma \to k\Delta\ell = m(g+a) \to k(۸۴ - ۶۰) \times ۱۰^{-۲}$$
$$= ۴(۱۰ + ۲)$$
$$k = ۲۰۰\frac{N}{m}$$



حالت دوم، نیروی فنر به عنوان نیروی محرک و نیروی اصطکاک جنبشی به عنوان نیروی مقاوم عمل می‌کند.



$$F_{net} = ma \to F_{e_۲} - f_k = ma_۲$$

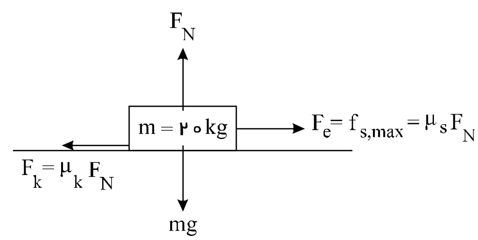
$$k\Delta\ell - \mu_k F_N = ma_۲$$

$$۲۰۰(۷۲ - ۶۰) \times ۱۰^{-۲} - \mu_k \times ۴۰ = ۴ \times ۲$$

$$۲۰۰ \times ۱۲ \times ۱۰^{-۲} - ۴۰\mu_k = ۸$$

$$\mu_k = ۰/۴$$

۶۵۲. گزینه ۴ در ابتدای حرکت، نیروی اصطکاک به بیشینه مقدار خود می‌رسد، به عبارتی در آستانهٔ حرکت داریم: (در اینجا تغییر طول فنر $۲۰cm$ است.)



$$F = f_{s,\max} = kx = \mu_s F_N = \mu_s mg$$

$$۴۰۰ \times ۲۰ \times ۱۰^{-۲} = ۰/۴ \times m \times ۱۰ \to m = ۲۰kg$$

پس از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم:

$$F_{net} = ma$$

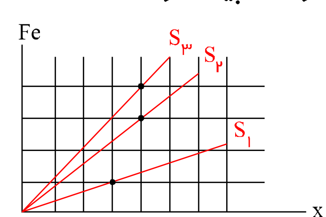
$$\mu_s F_N - \mu_k F_N = ma \Rightarrow \mu_s \cancel{m}\, g - \mu_k \cancel{m}\, g = \cancel{m}\, a$$

$$(۰/۴ \times ۱۰) - (۰/۱ \times ۱۰) = a \to a = ۳\frac{m}{s^۲}$$

۶۵۳. گزینه ۴

طبق رابطهٔ قانون هوک: $F_e = kx \ \ (x \to \text{مقدار تغییر طول فنر})$

طبق $F_e = kx$، شیب نمودار $(F_e - x)$ برابر ثابت فنر است. با توجه به مقیاس رسم شده در نمودار، می‌توان ثابت فنرها را پیدا کرد.



$$\begin{cases} k_۱ = \frac{۱}{۳} \\ k_۲ = \frac{۳}{۴} \end{cases} \Rightarrow \frac{k_۱}{k_۲} = \frac{\frac{۱}{۳}}{\frac{۳}{۴}} = \frac{۴}{۹} \Rightarrow k_۱ = \frac{۴}{۹}k_۲$$

$$\begin{cases} k_۲ = \frac{۳}{۴} \\ k_۳ = ۱ \end{cases} \Rightarrow \frac{k_۳}{k_۲} = \frac{۱}{\frac{۳}{۴}} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow k_۳ = \frac{۴}{۳}k_۲$$

به ازای یک نیروی یکسان تغییر طول فنر با ثابت فنر رابطهٔ عکس دارد:

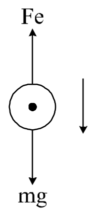
$$F_e = kx = \text{ثابت} \Rightarrow x \propto \frac{۱}{k}$$

$$k_۱ = \frac{۴}{۹}k_۲ \Rightarrow x_۱ = \frac{۹}{۴}x_۲ = \frac{۹}{۴} \times ۴cm = ۹cm \Rightarrow x_۱ = ۹cm$$

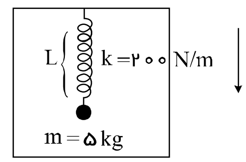
$$k_۳ = \frac{۴}{۳}k_۲ \Rightarrow x_۳ = \frac{۳}{۴}x_۲ = \frac{۳}{۴} \times ۴cm = ۳cm \Rightarrow x_۳ = ۳cm$$

۶۵۴. گزینه ۲

اگر تغییر طول فنر ار $\triangle L$ و درحالت اول جهت شتاب روبه پایین را نسبت بگیریم، داریم: $F_{net} = ma$



$$\Rightarrow mg - F_e = ma \Rightarrow F_e = m(g-a) \Rightarrow k\Delta L = m(g-a) \quad *$$



$$\text{حالت اول} : \xrightarrow{*} \left\{ k(\overbrace{L_۱ - L_۰}^{\Delta L_۱}) = m(g-۲) = ۴۰ \right. \qquad \Rightarrow \Delta L_۱ = \frac{۴۰}{۲۰۰}m = ۲۰cm \quad (۱)$$

در حالت دوم که آسانسور به صورت کندشونده پایین می‌رود، جهت شتاب روبه بالا است، بنابراین داریم:

$$\text{حالت دوم} : \xrightarrow{*} \left\{ k(\overbrace{L_۲ - L_۰}^{\Delta L_۲}) = m(g+۱) = ۵ \times ۱۱ = ۵۵N \Rightarrow a_۲ = -۱ \right.$$

$$\Rightarrow \Delta L_۲ = \frac{۵۵}{k} = \frac{۵۵}{۲۰۰} = \frac{۲۷/۵}{۱۰۰}m = ۲۷/۵cm \quad (۲)$$

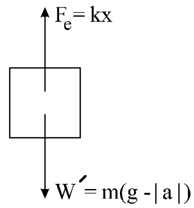
$$\Rightarrow (L_۲ - L_۰) - (L_۱ - L_۰) = ۷/۵cm(۱) \ , \ (۲) \Rightarrow \Delta L_۲ - \Delta L_۱ = ۷/۵cm$$

$$\Rightarrow L_۲ - L_۱ = ۷/۵cm$$

۶۵۵. گزینه ۱ با توجه به ترکیبی بودن این سؤال که از ترکیب نیروی کشسانی فنر و حرکت آسانسور تشکیل شده، باید به دو نکته توجه کنیم. اول اینکه چون شتاب حرکت آسانسور رو به پایین است، شتاب ظاهری از رابطهٔ $g' = g - |a|$ و همین‌طور نیروی وزن ظاهری از رابطهٔ $W' = m(g-|a|)$ محاسبه می‌شود. دوم اینکه بزرگی نیروی کشسانی فنر برای این جسم آویخته به فنر وقتی به اندازهٔ x تغییر طول پیدا کرده (نسبت به حالت عادی فنر) به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$F_e = kx$$

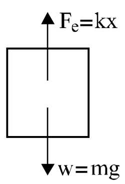
در نهایت از دید شخصی که در داخل آسانسور ایستاده و به جسم آویخته به فنر ساکن نگاه می‌کند، داریم:



$$x = \ell - \ell_\circ = ۳۵ - ۲۶ = ۹cm = ۰/۰۹m$$

$$kx = W' \xrightarrow[|a|=۱\frac{m}{s^۲}]{k=۲۰۰\frac{N}{m}} (۲۰۰)(۰/۰۹) = m(۱۰ - ۱) \Rightarrow m = ۲kg$$

۶۵۶. گزینه ۲ در هر دو حالت نیروی خالص وارد بر جسم را نوشته و از قانون دوم نیوتون به‌صورت زیر استفاده می‌کنیم:



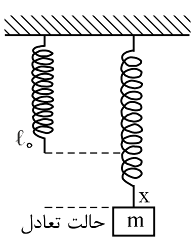
$$۱) \overset{a=۰}{\rightarrow} Fe = mg \rightarrow kx_۱ = mg \rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{x_۱} = \frac{۱۰}{۰/۰۲} = ۵۰۰$$

$$۲) \overset{a=۱m/s^۲}{\rightarrow} Fe - mg = ma \rightarrow kx_۲ - mg = ma$$

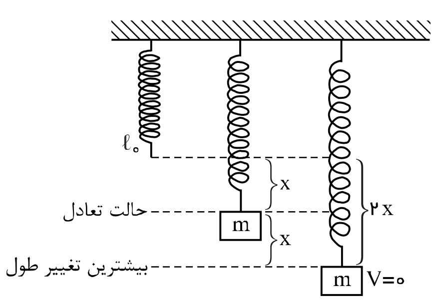
$$(۱),(۲) \rightarrow (x_۲ - x_۱) = ma \rightarrow \frac{k}{m}(x_۲ - x_۱) = a \rightarrow ۵۰۰(x_۲ - ۰/۰۲) = ۱$$

$$\rightarrow x_۲ = ۰/۰۲۲ = ۲/۲cm \overset{x_۲=\ell-\ell_\circ}{\rightarrow} \ell - ۱۲ = ۲/۲ \rightarrow \ell = ۱۴/۴cm$$

۶۵۷. گزینه ۱ در ابتدا تغییر طول فنر تا حالت تعادل را محاسبه می‌کنیم:



$$mg = kx \Rightarrow ۱ \times ۱۰ = ۴۰۰x \Rightarrow x = \frac{۱}{۴۰}m = \frac{۱۰}{۴}cm$$



اگر جسم را به فنر آویخته به سقف که در حالت عادی است، متصل کرده و رها کنیم، حداکثر تغییر طول فنر نسبت به حالت عادی، دو برابر x می‌شود (x تغییر طول در حالت تعادل نسبت به حالت عادی است.)

پس در نهایت داریم:

$$l_{\text{کل}} = l_0 + 2x = 20 + 2 \times \frac{10}{4} \Rightarrow l_{\text{کل}} = 25cm$$

در این حالت جسم متوقف شده و دوباره به طرف بالا کشیده می‌شود.

۶۵۸. گزینه ۳ در حالت اول، وزن وزنه به جرم m باعث تغییر طول فنر می‌شود؛ بنابراین داریم:

$$mg = k\Delta l \xrightarrow{\Delta l = 0.1m} mg = 0.1k \qquad (1)$$

و در حالت دوم که وزنهٔ M با تندی ثابت در امتداد سطح افقی حرکت می‌کند، نیروی کشسانی فنر و نیروی اصطکاک هم‌اندازه هستند؛ یعنی:

$$k\Delta l' = f_k = \mu_k Mg \xrightarrow[\Delta l' = 0.02m]{\mu_k = 0.2} 0.02k = 0.2Mg \Rightarrow Mg = 0.1k \qquad (2)$$

و در نهایت داریم:

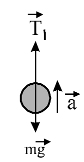
$$\begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix} \begin{cases} Mg = 0.1k \\ Mg = 0.1k \end{cases} \Rightarrow \frac{M}{m} = 1$$

۶۵۹. گزینه ۴

در حالت اول که آسانسور از حال سکون و به‌طرف بالا شروع به حرکت می‌کند. داریم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}a_1 t^2 + v_{0_1} t \Rightarrow 16 = \frac{1}{2}a_1 \times 4^2 + 0 \Rightarrow a_1 = 2m/s^2$$

$$(F_{net})_1 = ma_1 \Rightarrow T_1 - mg = ma_1 \Rightarrow T_1 = m(10 + 2) \Rightarrow T_1 = 12m(N) \qquad (1)$$

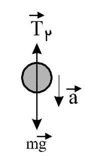


در حالت دوم که آسانسور به سمت بالا و حرکت کندشونده دارد، شتاب به‌طرف پایین است و داریم:

$$v_{0_2} = a_1 t + v_{0_1} = 2 \times 4 + 0 \Rightarrow v_{0_2} = 8m/s$$

$$v_2^2 - v_0^2 = 2a_2 \Delta x_2 \Rightarrow 0 - 8^2 = 2a_2 \times 8 \Rightarrow a_2 = -4m/s^2$$

$$(F_{net})_2 = ma_2 \Rightarrow T_2 - mg = ma_2 \Rightarrow T_2 = m(10 - 4) \Rightarrow T_2 = 6m(N) \qquad (2)$$



از رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$T_1 - T_2 = 30 \Rightarrow 12m - 6m = 30 \Rightarrow m = 5kg$$

۶۶۰. گزینه ۱ با استفاده از رابطهٔ سرعت - زمان در حرکت با شتاب داریم:

$$v = at + v_0 \begin{cases} v_{0A} = 0 \Rightarrow v_A = a_A t_A \\ v_{0B} = 0 \Rightarrow v_B = a_B t_B \end{cases}$$

در لحظه‌ای که دو شخص به یکدیگر می‌رسند $t_A = t_B$ است، بنابراین داریم:

$$|\frac{v_A}{v_B}|=|\frac{a_A t_A}{a_B t_B}| \Rightarrow |\frac{v_A}{v_B}|=|\frac{a_A}{a_B}| \xrightarrow[T=m_B|a_B|\Rightarrow|a_B|=\frac{T}{m_B}]{T=m_A|a_A|\Rightarrow|a_A|=\frac{T}{m_A}}$$

$$|\frac{v_A}{v_B}|=|\frac{\frac{T}{m_A}}{\frac{T}{m_B}}|=\frac{m_B}{m_A} \xrightarrow[m_A=۶۰kg]{m_B=۸۰kg} |\frac{v_A}{v_B}|=\frac{۸}{۶}=\frac{۴}{۳}$$

۶۶۱. گزینه ۳ حالت اول: چون جعبه را از حال سکون به حرکت درآورده‌ایم، پس حرکت تندشونده و رو به بالا است، داریم:

$$T=m(g+a)=۳(۱۰+۱)=۳۳N$$

حالت دوم: چون جعبه در حال متوقف شدن است، پس حرکت کندشونده و رو به بالا است، داریم:

$$T=m(g-a)=۳(۱۰-۱)=۲۷N$$

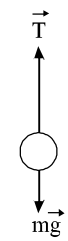
در نتیجه اختلاف اندازهٔ نیروی کشش طناب در این دو حالت، $۶N$ است.

۶۶۲. گزینه ۳ با توجه به داده‌های مسئله داریم:

$$F_{net}=ma \Rightarrow T-mg=ma$$

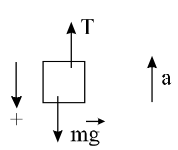
$$\Rightarrow a=\frac{T-mg}{m} \xrightarrow{a=۳g}$$

$$۳g=\frac{T-mg}{m} \Rightarrow ۳mg=T-mg \Rightarrow T=۴mg$$

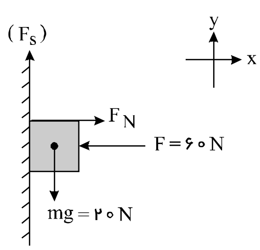


۶۶۳. گزینه ۳ با توجه به قانون دوم نیوتون نیروی خالص در جهت شتاب جسم است و به طرف بالا است. در اینجا دو نیروی کشش طناب و وزن به جسم وارد می‌شود، بنابراین داریم:

$$F_{net}=T-mg \rightarrow F_{net}=۴۸۰-۴۰۰ \rightarrow F_{net}=۸۰N$$



۶۶۴. گزینه ۴ با توجه به شکل که نیروی وارد بر جسم را در راستای افقی و قائم نشان می‌دهد، داریم:



$$x: \ F_N=۶۰N \rightarrow (f_s)_{max}=\mu_s F_N=\frac{۶}{۱۰}\times ۶۰=۳۶N$$

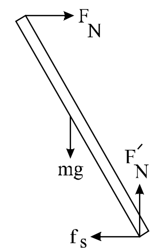
با افزودن نیروی $10N$ در امتداد و جهت نیروی وزن $(mg+10N)=30N<(f_s)_{max}=36N$ بوده، بنابراین جسم همچنان ساکن می‌ماند. در حالت دوم (پس از افزودن نیروی $10N$)

$$y:\ (F_{net})_y=ma_y=0\rightarrow f_s=mg+10=30$$

$$f_s=30N\quad,\quad F_N=60N$$

$$R=\sqrt{f_s^2+F_N^2}\Rightarrow R=\sqrt{30^2+60^2}\Rightarrow R=\sqrt{900+3600}=\sqrt{4500}=30\sqrt{5}$$

۶۶۵. گزینه ۲ نیروهای وزن و عمودی تکیه‌گاه سطح افقی متوازن هستند. از طرفی نیروهای اصطکاک و عمودی تکیه‌گاه دیوار قائم نیز متوازن هستند.

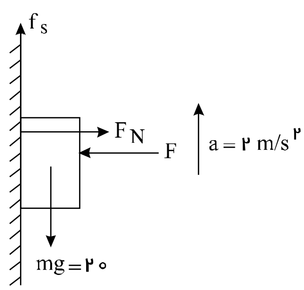


تعادل افقی : $f_s=F_N=300N$

تعادل قائم : $F'_N=mg=40\times10=400N$

نیروی وارده از طرف سطح افقی به نردبان : $R=\sqrt{f_s^2+{F'_N}^2}=500N$

۶۶۶ . گزینه ۴ دقت کنید که در اینجا، نیرویی که کتاب به دیوار آسانسور وارد می‌کند، هم اندازه با نیرویی است که از طرف سطح دیوارهٔ اسانسور به کتاب وارد می‌شود، یعنی حالت اول:



$$R=\sqrt{F_N^2+f^2_{\text{اصطکاک}}}$$

نسبت به ناظر ساکن، در بیرون آسانسور داریم:

کتاب در امتداد افق ساکن است $\Rightarrow F_N=F=32N$

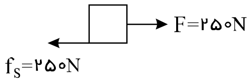
(کتاب در امتداد قائم حرکت دارد) $\Rightarrow f_s-mg=ma\Rightarrow f_s-20=2\times2\Rightarrow f_s=24N$

$$R=\sqrt{F_N^2+f_s^2}=\sqrt{32^2+24^2}=\sqrt{4^2\times8^2+3^2\times8^2}=8\sqrt{25}=40N$$

۶۶۷. گزینه ۴ گام اول: ابتدا ببینیم جسم ساکن است یا خیر! برای این منظور، باید نیروی F محرک را با $(f_s)_{max}$ مقایسه کنیم.

$$\begin{cases}(f_s)_{max}=\mu_sF_N=\dfrac{6}{10}\times500=300N\xrightarrow{F=250N<(f_s)_{max}}(\text{جسم ساکن می‌ماند})\\ F_N=W=mg=500\end{cases}$$

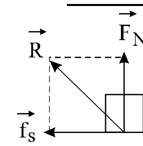
گام دوم: نیروی اصطکاک به دلیل ساکن ماندن جسم برابر خواهد بود:



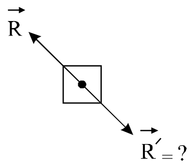
$$\Rightarrow f_s = ۲۵۰N \Rightarrow \overrightarrow{f_s} = -۲۵۰\vec{i}$$

گام سوم: نیرویی که سطح تکیه‌گاه به جسم وارد می‌کند برابر است با:

$$\begin{cases} \vec{R} = \overrightarrow{F_N} + \overrightarrow{f_s} = -۲۵۰\vec{i} + ۵۰۰\vec{j} \\ F_N = mg = ۵۰۰N \Rightarrow \overrightarrow{F_N} = ۵۰۰\vec{j} \end{cases}$$



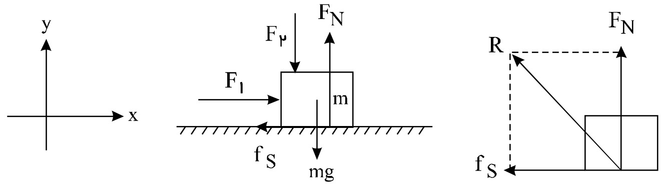
گام چهارم: امّا سؤال نیروی وارده از طرف جسم به سطح را خواسته است:



$$\Rightarrow \overrightarrow{R'} = -\overrightarrow{R} = ۲۵۰\vec{i} - ۵۰۰\vec{j}$$

۶۶۸. گزینه ۲

در هر حالت نیروی عمودی تکیه گاه و نیروی اصطکاک را می‌یابیم. چون جسم ساکن است، در هر دو حالت نیروی اصطکاک با نیروی افقی هم اندازه است.



$$\begin{cases} R = \sqrt{F_N^{۲} + f_s^{۲}} \quad (۱) \\ x : (F_{net})_x = ma_x = ۰ \Rightarrow f_s = F_۱ \quad (۲) \\ y : (F_{net})_y = ma_y = ۰ \Rightarrow F_N = F_۲ + mg \quad (۳) \end{cases}$$

$$(۱) \text{ و } (۲) \text{ و } (۳) \Rightarrow R = \sqrt{(F_۲ + mg)^{۲} + (F_۱)^{۲}} \quad (*)$$

$|\overrightarrow{F_۱}|$ و $|\overrightarrow{F_۲}|$ هریک دو برابر شده و جسم همچنان ساکن می‌ماند.

$$R' = \sqrt{(۲F_۲ + mg)^{۲} + (۲F_۱)^{۲}} \quad (**)$$

$$(*) \text{ و } (**) \Rightarrow \frac{R'}{R} = \sqrt{\frac{۴F_۱^{۲} + (۲F_۲ + mg)^{۲}}{F_۱^{۲} + (F_۲ + mg)^{۲}}} = k$$

$$\text{می‌دانیم} : \frac{۴F_۱^{۲} + (۲F_۲ + ۲mg)^{۲}}{F_۱^{۲} + (F_۲ + mg)^{۲}} = \frac{۴[F_۱^{۲} + (F_۲ + mg)^{۲}]}{[F_۱^{۲} + (F_۲ + mg)^{۲}]} = ۴$$

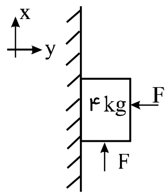
از طرفی : $\underbrace{\dfrac{۴F_۱^۲+(۲F_۲+۲mg)^۲}{F_۱^۲+(F_۲+mg)^۲}}_{۴} > \dfrac{۴F_۱^۲+(۲F_۲+mg)^۲}{F_۱^۲+(F_۲+mg)^۲} = k^۲ \rightarrow k^۲ < ۴$

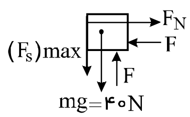
$$\rightarrow \begin{cases} k < ۲ \\ \text{صورت کسر} > \text{مخرج کسر} \end{cases} \Rightarrow ۱ < k < ۲$$

راه دوم: به جای $F_۱$ و $F_۲$ و mg اعداد دلخواه منطقی قرار داده و ...

۶۶۹. گزینه ۲

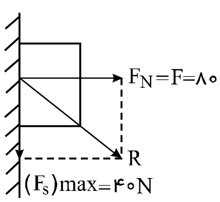
در حالت اول که جسم در آستانهٔ حرکت روبه بالا قرار دارد، نیروی f_{smax} روبه پایین است به عبارتی داریم:





$$\Rightarrow \begin{cases} x: a_x = ۰ \Rightarrow F_N = F \\ y: f_{smax} + mg = F \end{cases} \Rightarrow f_{smax} = F - ۴۰$$

$$\Rightarrow \mu_s F_N = F - ۴۰ \Rightarrow ۰/۵F = F - ۴۰ \Rightarrow \frac{۱}{۲}F = ۴۰ \Rightarrow F = ۸۰N \Rightarrow (f_s)_{max} = ۴۰N$$

$\Rightarrow$ 

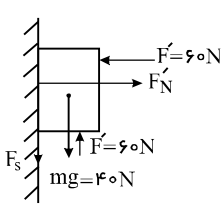
$$\Rightarrow R = \sqrt{۴۰^۲ + ۸۰^۲} \Rightarrow R = ۴۰\sqrt{۵} \quad (۱)$$

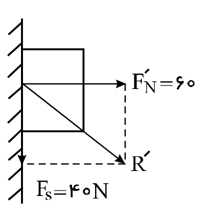
در حالت دوم:

$$F' = F - ۲۰ = ۸۰ - ۲۰ = ۶۰N \Rightarrow F' = ۶۰N$$

چون $F' - mg = ۲۰N$ کمتر از $(f_s)'_{max} = \mu_s F'_N = ۰/۵ \times ۶۰ = ۳۰$ است، جسم همچنان ساکن است، بنابراین داریم:

$$F' = mg + f_s \rightarrow ۶۰ = ۴۰ + f_s \rightarrow f_s = ۲۰N$$





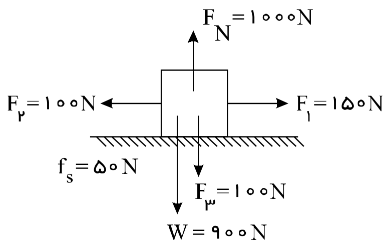
$$\Rightarrow R' = \sqrt{F_N'^۲ + f_s^۲} \Rightarrow R' = \sqrt{۶۰^۲ + ۲۰^۲} = ۲۰\sqrt{۱۰}N$$

$$\Rightarrow R' = ۲۰\sqrt{۱۰}N \quad (۲)$$

$$(۱)\ ,\ (۲) \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{۲۰\sqrt{۱۰}}{۴۰\sqrt{۵}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۶۷۰. گزینه ۳

ابتدای نیروی عمودی تکیه‌گاه وپس از f_{smax} را محاسبه می‌کنیم. اگر برآیند دو نیروی افقی $F_۱$ و $F_۲$ بزرگتر یا مساوی f_{smax} باشد، جسم حرکت می‌کند، در غیر اینصورت ساکن می‌ماند. بنابراین داریم:



$$F_{net} = ma \rightarrow F_N - F_۳ - mg = ۰ \rightarrow F_N = F_۳ + mg$$

$$F_N = ۱۰۰ + ۹۰ \times ۱۰ = ۱۰۰۰N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = ۰/۶ \times ۱۰۰۰ = ۶۰۰N$$

برایند دو نیروی $\vec{F_۱}$ و $\vec{F_۲}$ را به‌دست می‌آوریم:

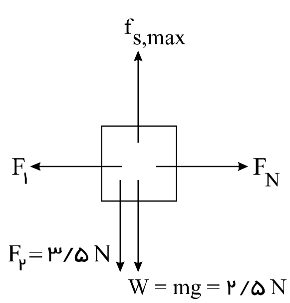
$$F_{net} = F_۲ - F_۱ = ۱۵۰ - ۱۰۰ = ۵۰N$$

$$F_{net} < f_{s,max} \rightarrow \text{جسم ساکن است} \rightarrow f_s = F_{net} = ۵۰N \xrightarrow{\text{نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند}} \vec{R_۱} = -f_s\vec{i} + F_N\vec{j}$$

$$\vec{R_۱} = -۵۰\vec{i} + ۱۰۰۰\vec{j} \rightarrow \vec{R_۲} = -\vec{R_۱} = ۵۰\vec{i} - ۱۰۰۰\vec{j}$$

۶۷۱. گزینه ۱

در ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. در آستانهٔ لغزش داریم:



$$f_{s,max} = F_۲ + W = ۳/۵ + ۲/۵ = ۶N$$

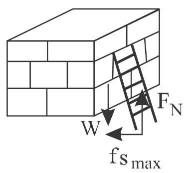
از طرفی می‌دانیم که نیروی دیوار به چوب به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

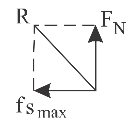
$$R=\sqrt{f_{s,max}^{۲}+F_N^{۲}}\rightarrow ۱۰=\sqrt{۶^{۲}+F_N^{۲}}\rightarrow F_N=۸N$$

و درنهایت داریم:

$$f_{s,max}=\mu_s F_N\rightarrow ۶=\mu_s\times ۸\rightarrow \mu_s=۰/۷۵$$

۶۷۲. گزینه ۱ روش اول:





در راستای قائم داریم:

$$F_{nety}=۰\rightarrow F_N=W=mg=۱۶۰N$$

با توجه به رابطهٔ مربوط به نیروی سطح داریم:

$$R^{۲}=f_{smax}^{۲}+F_N^{۲}\rightarrow (۲۰۰)^{۲}=f_{smax}^{۲}+(۱۶۰)^{۲}\rightarrow f_{smax}^{۲}=۱۲۰N$$

از طرفی داریم:

$$f_{smax}^{۲}=\mu_s F_N\rightarrow ۱۲۰=\mu_s\times ۱۶۰\rightarrow \mu_s=\frac{۳}{۴}$$

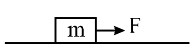
روش دوم:

$$R^{۲}=f_{smax}^{۲}+F_N^{۲}=(\mu_s F_N)^{۲}+F_N^{۲}=F_N^{۲}(\mu_s^{۲}+۱)\rightarrow R=F_N\sqrt{\mu^{۲}+۱}$$

$$\rightarrow ۲۰۰=۱۶۰+\sqrt{\mu^{۲}+۱}\rightarrow \sqrt{\mu^{۲}+۱}=\frac{۲۰۰}{۱۶۰}=\frac{۵}{۴}\rightarrow \mu^{۲}+۱=\frac{۲۵}{۱۶}\rightarrow \mu^{۲}=\frac{۹}{۱۶}$$

$$\rightarrow \mu=\frac{۳}{۴}$$

۶۷۳. گزینه ۲



$$m=۳۶kg\ ,\ F=۱۷۷N\ ,\ v_{\circ}=۰\ ,\ v=۳\frac{m}{s}\ ,\ t=۴s$$

گام اول: شتاب حرکت را می‌یابیم.

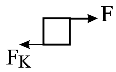
$$v=at+v_{\circ}\Rightarrow ۳=a\times ۴+۰\Rightarrow a=\frac{۳}{۴}\frac{m}{s^{۲}}$$

گام دوم: تشخیص اینکه نیروی اصطکاک داریم یا خیر؟

(اگر اصطکاک نداشته باشیم) $\Rightarrow \left(a=\frac{F_{net}}{m}=\frac{F}{m}=\frac{۱۷۷}{۳۶}\frac{m}{s^{۲}}\right.$:می‌بایستی شتاب حرکت برابر باشد با)

$\Rightarrow$ (است $a=۰/۷۵\frac{m}{s^{۲}}$ درحالی که شتاب جسم اکنون) $\xrightarrow{\text{چون: } \frac{۱۷۷}{۳۶}>۰/۷۵}$ (حتماً اصطکاک داریم)

$\Rightarrow$ (چون جسم در حال حرکت است، نیروی اصطکاک از نوع نیروی اصطکاک جنبشی است.) $\Rightarrow$

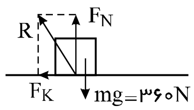


$$\Rightarrow F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow f_k = F - ma = ۱۷۷ - ۳۶ \times ۰٫۷۵$$

$$\Rightarrow f_k = ۱۷۷ - ۲۷ = ۱۵۰N \Rightarrow f_k = ۱۵۰N$$

گام سوم: نیروی f_k و F_N از طرف سطح تکیه‌گاه به جسم وارد می‌شود پس برای یافتن نیروی سطح به جسم می‌بایستی برآیند آن‌ها را یافت.

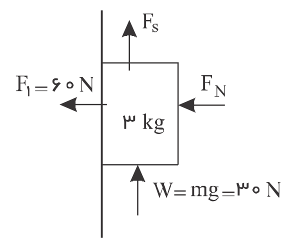
$$F_N = mg = ۳۶۰N$$



$$\Rightarrow R = \sqrt{F_N^۲ + f_k^۲} = \sqrt{۳۶۰^۲ + ۱۵۰^۲} \Rightarrow R = ۳۹۰N$$

۶۷۴. گزینه ۳ در حالت که جسم ساکن است، با رسم نیروی وارد بر جسم داریم:

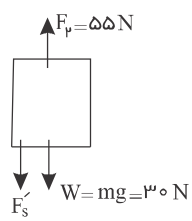
$$\begin{cases} F_{netx} = ۰ \rightarrow F_N = F_۱ = ۶۰N \\ F_{nety} = ۰ \rightarrow f_s = ۳۰N \end{cases}$$



در حالت دوم که نیروی ۵۵ نیوتونی که از نیروی وزن ۳۰ نیوتونی بیشتر است، رو به بالا به جسم وارد می‌شود، نیروی اصطکاک به طرف پایین خواهد بود و چون با فرض ساکن بودن، f'_s جدید ۲۵ نیوتون، یعنی کمتر از $f_s = ۳۰N$ است، پس فرض ما درست بود و جسم ساکن می‌ماند.

$$F_{nety} = ۰ \rightarrow F_۲ = f'_s + W \rightarrow ۵۵ = f'_s + ۳۰ \rightarrow f'_s = ۲۵N$$

حال در حالت دوم داریم:



$$R = \sqrt{F_N^۲ + f_s'^۲} = \sqrt{\underbrace{۶۰^۲}_{(۵\times۱۲)} + \underbrace{۲۵^۲}_{(۵\times۵)}} \rightarrow \underbrace{R}_{(۵\times۱۳)} = ۶۵N$$

۶۷۵. گزینه ۱ در هر حالت نیروی عمودی تکیه‌گاه و نیروی اصطکاک را تعیین می‌کنیم. چون در هر دو حالت جسم ساکن می‌ماند، در هر دو حالت نیروی اصطکاک با نیروی افقی هم اندازه است. یعنی:

$$R = \sqrt{F_N^۲ + f_s^۲}$$

در راستای x : $(F_{netx}) = ma_x = ۰ \rightarrow f_s = F_۱$

در راستای y : $(F_{nety}) = ma_y = ۰ \rightarrow f_N = F_۲ + mg \Rightarrow R = \sqrt{(F_۲ + mg)^۲ + (F_۱)^۲}$

$|\vec{F}_{۱}|$ و $|\vec{F}_{۱}|$ هر یک سه برابر شده و جسم ساکن می‌ماند:

$$R' = \sqrt{(۳F_{۲} + mg)^{۲} + (۳F_{۱})^{۲}}$$

$$\frac{R'}{R} = \sqrt{\frac{(۳F_{۲} + mg)^{۲} + (۳F_{۱})^{۲}}{(F_{۲} + mg)^{۲} + (F_{۱})^{۲}}} = n$$

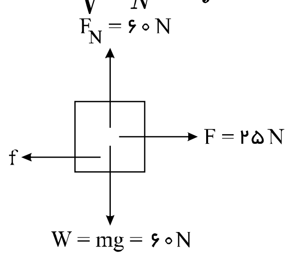
اگر: $\dfrac{۹F_{۱}^{۲} + (۳F_{۲} + ۳mg)^{۲}}{F_{۱}^{۲} + (F_{۲} + mg)^{۲}} = \dfrac{۹[F_{۱}^{۲} + (F_{۲} + mg)^{۲}]}{F_{۱}^{۲} + (F_{۲} + mg)^{۲}} = ۹$

از طرفی داریم: $\underbrace{\dfrac{۹F_{۱}^{۲} + (۲F_{۲}^{۲} + ۳mg)^{۲}}{F_{۱}^{۲} + (F_{۲}^{۲} + mg)^{۲}}}_{۹} > \dfrac{۹F_{۱}^{۲} + (۳F_{۲} + mg)^{۲}}{F_{۱}^{۲} + (F_{۲} + mg)^{۲}} = n^{۲}$

$$n^{۲} < ۹ \rightarrow ۱ < n < ۳$$

۶۷۶. گزینه ۱ قبل از هر چیز می‌دانیم، در اینجا نیرویی که سطح افقی به جسم وارد می‌کند به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$R = \sqrt{F_N^{۲} + f^{۲}}$$



بنابراین نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح را می‌یابیم:

چون جسم ساکن است، باید اول بررسی کنیم که قادر به حرکت دادن جسم هستیم یا خیر. یعنی:

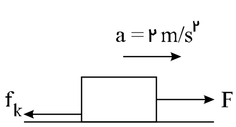
$$f_{s,max} = \mu_s F_N = ۰/۷۵ \times ۶۰ \rightarrow f_{s,max} = ۴۵N$$

یعنی در اینجا حداقل $۴۵N$ نیرو لازم داریم تا جسم ساکن را به حرکت واداریم و چون $F = ۲۵N < ۴۵N$ است، قادر به حرکت دادن جسم نیستیم و جسم ساکن می‌ماند، پس $f_s = F = ۲۵N$ است. در نهایت داریم:

$$R = \sqrt{F_N^{۲} + f_s^{۲}} = \sqrt{(۶۰)^{۲} + (۲۵)^{۲}} = \sqrt{(۵ \times ۱۲)^{۲} + (۵ \times ۵)^{۲}} = ۵ \times ۱۳ \rightarrow R = ۶۵N$$

۶۷۷. گزینه ۴

در ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون، رابطهٔ بین نیروی محرک F و نیروی اصطکاک f_k را می‌یابیم.



$$F_{Net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \xrightarrow[a=۲\frac{m}{s^۲}]{m=۱۵۰kg} F - f_k = ۱۵۰ \times ۲ \Rightarrow F - f_k = ۳۰۰N \quad (۱)$$

از طرفی می‌دانیم که نیروی سطح افقی به جسم به‌صورت زیر محاسبه می‌شود

$$R = \sqrt{F_N^۲ + f_k^۲} \xrightarrow[R=۱۶۲۵N]{F_N=mg=۱۵۰۰N} ۱۶۲۵ = \sqrt{(۱۵۰۰)^۲ + f_k^۲} \Rightarrow (۱۶۲۵)^۲ = (۱۵۰۰)^۲ + f_k^۲$$

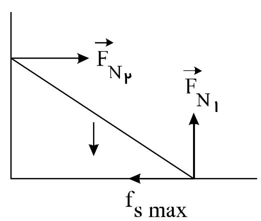
$$\Rightarrow f_k^۲ = (۱۶۲۵)^۲ - (۱۵۰۰)^۲ \Rightarrow f_k^۲ = (۱۶۲۵ - ۱۵۰۰)(۱۶۲۵ + ۱۵۰۰) = ۱۲۵ \times ۳۱۲۵$$

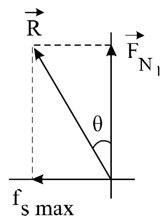
$$\Rightarrow f_k = ۱۲۵ \times ۲۵ \times ۱۲۵ \Rightarrow f_k^۲ = ۱۲۵ \times ۵ \Rightarrow f_k = ۶۲۵N$$

حال با توجه به معادلهٔ (۱) داریم:

$$F - f_k = ۳۰۰N \xrightarrow{f_k=۶۲۵N} F - ۶۲۵ = ۳۰۰ \Rightarrow F = ۹۲۵N$$

۶۷۸. گزینه ۳ نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم:





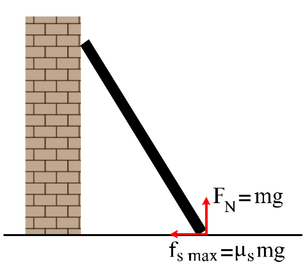
چون نردبان در حال تعادل است، برایند نیروها در راستای افقی و قائم صفر است:

$$F_{N_۱} = mg = ۳۰۰N$$

$$f_{s\,max} = F_{N_۲} = \mu_s \times F_{N_۱} = \frac{۳}{۴} \times ۳۰۰ = ۲۲۵N$$

$$\tan\theta = \frac{f_{s\,max}}{F_{N_۱}} = \frac{۲۲۵}{۳۰۰} = \frac{۳}{۴} \rightarrow \theta = ۳۷^\circ$$

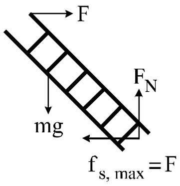
۶۷۹. گزینه ۴ بیشترین نیرویی که این نردبان به سطح افقی وارد می‌کند، در آستانهٔ لغزیدن است. با توجه به شکل داریم:



$$R_{max} = \sqrt{F_N + f_{smax}^۲} = \sqrt{mg^۲ + (\mu_s mg)^۲} = mg\sqrt{۱ + \mu_s^۲}$$

$$R_{max} = ۲۵ \times ۱۰\sqrt{۱ + (۰/۴)^۲} \Rightarrow R_{max} = ۲۵۰\sqrt{\frac{۱۱۶}{۱۰۰}} = ۲۵\sqrt{۴ \times ۲۹} \Rightarrow R_{max} = ۵۰\sqrt{۲۹}N$$

۶۸۰. گزینه ۱ در ابتدای نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم. در آستانهٔ سُر خوردن داریم:

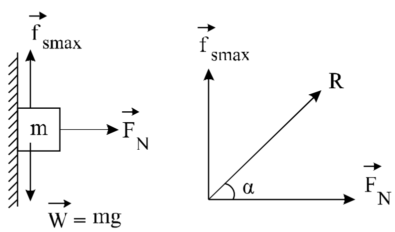


$$f_{s,max} - \mu_s F_N \xrightarrow{f_{s,max}=F} F = \mu_s F_N \to \frac{F}{F_N} = \mu_s = ۰/۴$$

۶۸۱. گزینه ۳ ابتدا برآیند نیروها در راستای قائم را بررسی می‌کنیم و بدیهی است که در هر دو حالت نیروی وزن برابر نیروی اصطکاک است.

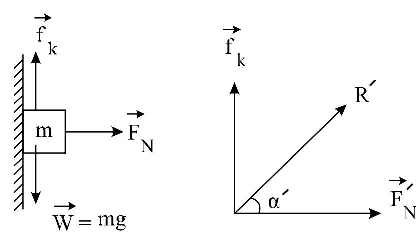
حالت ۱) جسم در آستانهٔ حرکت به سمت پایین قرار می‌گیرد.

$$\tan\alpha = \frac{f_{s\,\max}}{F_N} = \frac{\mu_s F_N}{F_N} = \mu_s \quad (۱)$$



حالت دوم) جسم با تندی ثابت حرکت کند.

$$\tan\alpha' = \frac{f_k}{F_{N'}} \to \tan\alpha' = \frac{\mu_k F'_N}{F'_N} = \mu_k \quad (۱)$$



بنابراین:

$$\frac{\tan\alpha}{\tan\alpha'} = \frac{\mu_s}{\mu_k}$$

۶۸۲. گزینه ۳ چون شتاب متحرک را خواسته و در گزینه‌ها شتاب صفر نداریم، پس متحرک در حال حرکت است و اصطکاک جنبشی تمایل به مخالفت با حرکت جسم دارد.

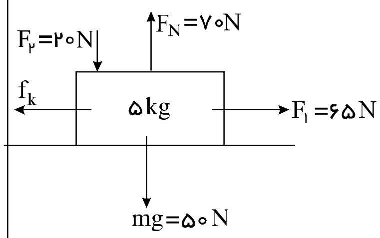
$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{F_N = mg} f_k = \mu_k mg = ۰/۴ \times ۵ \times ۱۰ \Rightarrow f_k = ۲۰N$$
$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow ۲۶ - ۲۰ = ۵a \to a = ۱/۲\frac{m}{s^۲}$$

و بزرگی نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$R = \sqrt{f_k^۲ + F_N^۲} = \sqrt{(۲۰)^۲ + (۵۰)^۲} \Rightarrow R = \sqrt{۲۹۰۰} \Rightarrow R = ۱۰\sqrt{۲۹}N$$

۶۸۳. گزینه ۴ در اینجا جسم با شتاب ثابت حرکت می‌کند (چون جرم جسم و نیروهای وارد بر آن در حین حرکت، ثابت هستند). پس برای تعیین شتاب حرکت داریم:

$$v^{۲} - v_{\circ}^{۲} = ۲a(\Delta x) \xrightarrow{v_{\circ} = \circ} (۱۲)^{۲} = ۲(a)(۱۲) \Rightarrow a = ۶\frac{m}{s^{۲}}$$



حال با استفاده از قانون دوم نیوتون، درمی‌یابیم که سطح دارای اصطکاک است و مقدار آن را محاسبه می‌کنیم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_{۱} - f_k = ma \Rightarrow ۶۵ - f_k = ۵ \times ۶ \Rightarrow f_k = ۳۵N$$

حال برای تعیین نیروی سطح داریم:

$$R = \sqrt{F_N^{۲} + f_k^{۲}} = \sqrt{۷\circ^{۲} + ۳۵^{۲}} \Rightarrow R = ۳۵\sqrt{۵}N$$

۶۸۴. گزینه ۳ اگر نیروی افقی به تدریج کاهش یابد تا لحظه ای که شتاب جسم صفر شود، شتاب مثبت و سرعت متحرک در حال افزایش است. تا زمانی که شتاب مثبت است، سرعت جسم کاهش نمی‌یابد. در حالت حدی اگر $a = \circ$ شود، سرعت ثابت می‌ماند. اندازه ی نیروی افقی در لحظه ای که شتاب متحرک صفر می شود برابر است با:

$$F' - \mu_k mg = m \times \circ \Rightarrow F' - \frac{۱}{۴} \times ۴ \times ۱\circ = \circ \Rightarrow F' = ۱\circ N$$

$$\Delta F = \text{حداکثر کاهش نیرو} = ۴\circ - ۱\circ = ۳\circ N$$

۶۸۵. گزینه ۱ چون جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند. بنابراین برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است و می‌توان نوشت:

$$\overrightarrow{F_{۱}} + \overrightarrow{F_{۲}} + \overrightarrow{F_{۳}} = \circ \rightarrow \overrightarrow{F_{۲}} + \overrightarrow{F_{۳}} = -\overrightarrow{F_{۱}} \rightarrow |\overrightarrow{F_{۲}} + \overrightarrow{F_{۳}}| = |\overrightarrow{F_{۱}}| = ۱\circ$$

در نتیجه با حذف $\overrightarrow{F_{۱}}$ بزرگی برایند نیروهای وارد بر جسم برابر با $۱\circ N$ و جهت آن هم در خلاف جهت $\overrightarrow{F_{۱}}$ خواهد شد. اگر جهت نیروی $\overrightarrow{F_{۱}}$ را مثبت در نظر بگیریم، شتاب جسم پس از حذف نیروی $\overrightarrow{F_{۱}}$ برابر است با:

$$\sum F = ma \xrightarrow{\sum F = -۱\circ} -۱\circ = ۲a \rightarrow a = -۵\frac{m}{s^{۲}}$$

حال با توجه به رابطه‌ی سرعت داریم:

$$v = at + v_{\circ} \rightarrow v = -۵ \times ۲ + ۱۵ = +۵\frac{m}{s}$$

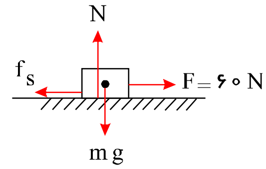
۶۸۶. گزینه ۲ ابتدا باید مشخص کرد که جسم توسط این نیرو به حرکت در می‌آید و یا خیر؟

$$f_{s\,\max} = \mu_s N = \mu_s mg = \circ/۸ \times ۸ \times ۱\circ = ۶۴N$$

مقدار نیروی محرک در این مسئله $۶\circ N$ است که قادر به غلبه بر اصطکاک ایستایی ماکزیمم نیست. پس جسم حرکت نمی‌کند.

$$\text{چون جسم ساکن است.} \Rightarrow \Sigma F_x = \circ \Rightarrow f_s = F = ۶\circ N$$

اما نیروی سطح برایند نیروی عمود بر سطح و نیروی اصطحکاک است.



$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = mg = 80N$$

$$R = \sqrt{N^2 + {f_s}^2} = \sqrt{80^2 + 60^2} = 100N$$

۶۸۷. گزینه ۳ شتاب توقف برای خودرو و کامیون به جرم آن‌ها بستگی ندارد، زیرا:

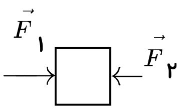
$$v_2^2 - v_1^2 = 2ad \xrightarrow[v_1 = v]{v_2 = 0} |a| = \frac{v^2}{2d}$$

از طرفی طبق قانون دوم نیوتون $(F = ma)$ **می‌توان نوشت:**

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{a_2}{a_1} \Rightarrow \frac{F_2}{F} = 1.5 \times 1 \Rightarrow \frac{F_2}{F} = 1.5$$

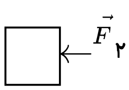
۶۸۸. گزینه ۲ در ابتدا جسم از مبدأ مکان و در حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند، بنابراین حرکت جسم بر روی خط راست است. با حذف نیروی $\vec{F}_1$ جسم پس از مدتی دوباره از مبدأ حرکت می‌گذرد.

پس می‌توانیم نتیجه بگیریم که نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ هم‌راستا و در خلاف جهت یکدیگر هستند. (چرا؟!)
$(|\vec{F}_1| > |\vec{F}_2|)$



$$F_1 - F_2 = ma_1 \xrightarrow{m = 2kg} \frac{F_1 - F_2}{2} = a_1$$

$$\xrightarrow[v_0 = 0, t_1 = 4s]{v_1 = a_1 t_1 + v_0} v_1 = \frac{F_1 - F_2}{2} \times 4 \Rightarrow v_1 = 2(F_1 - F_2)$$



$$-F_2 = ma_2 \Rightarrow a_2 = \frac{-F_2}{2}$$

$$\xrightarrow[v_1 = 2(F_1 - F_2)\ ,\ t_2 = 4s]{V_2 = a_2 t_2 + v_1\ ,\ v_2 = -12\frac{m}{s}} -12 = \frac{-F_2}{2} \times 4 + 2(F_1 - F_2) \Rightarrow F_1 - 2F_2 = -6\ (*)$$

$$\Delta x_1 = -\Delta x_2 \Rightarrow \frac{1}{2}a_1 t_1^2 + v_0 t_1 = -(\frac{1}{2}a_2 t_2^2 + v_1 t_2)$$

$$\xrightarrow[a_2 = \frac{-F_2}{2}]{a_1 = \frac{F_1 - F_2}{2}} \frac{1}{2}(\frac{F_1 - F_2}{2}) \times 4^2 + 0 = -(-\frac{1}{2}\frac{F_2}{2} \times 4^2 + 2(F_1 - F_2) \times 4)$$

$$\Rightarrow ۱۲(F_۱ - F_۲) = ۴F_۲ \xrightarrow{(*)} F_۲ = ۹N \ , \ F_۱ = ۱۲N \Rightarrow |\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲| = ۱۲ - ۹ = ۳N$$

۶۸۹. گزینه ۴ کوتاه‌ترین فاصله را با بیشترین شتاب ممکن طی می‌کند. بنابراین با توجه به اینکه بیشترین شتاب کامیون به گونه‌ای که جسم روی کف کامیون نلغزد به‌صورت $a_{max} = \mu_s g$ به دست می‌آید داریم:

$$x_{\min} = \frac{v_۰^۲}{۲a_{\max}} \xrightarrow{a_{\max} = \mu_s g} x_{\min} = \frac{۱۵ \times ۱۵}{۲ \times ۰/۲۵ \times ۱۰} = ۴۵m$$

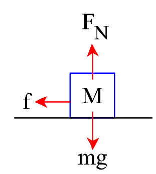
۶۹۰. گزینه ۱ برای حل سوالات ترکیبی سینماتیک و دینامیک، اولین قدم محاسبه‌ی شتاب می‌باشد، بنابراین داریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + vt \Rightarrow ۰/۵ = \frac{۱}{۲} \times a \times (۱)^۲ + ۰ \Rightarrow a = ۱\frac{m}{s^۲} \Rightarrow a = -۱\frac{m}{s^۲}$$

نکته: اگر حرکتی ختم به توقف شود و در مورد ثانیه‌های پایانی سوال مطرح شود، می‌توان معادلات را به‌صورت برعکس درنظر گرفت. یعنی سرعت اولیه را صفر فرض کرد و فقط در آخر علامت جواب را برعکس کنیم، زیرا بدیهی است که علامت شتاب (ترمز) منفی است.

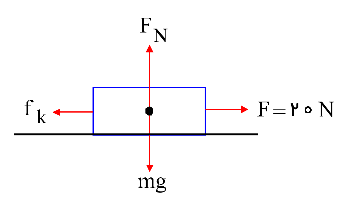
در قسمت حل دینامیک سوال داریم:

$$۰ - f = ma \xrightarrow{N = mg} \mu_k(mg) = m \times (-۱) \Rightarrow \mu_k = \frac{۱}{g} \Rightarrow \mu_k = ۰/۱$$



۶۹۱. گزینه ۳ ابتدابا توجه به شکل روبه‌رو شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k F_N = ma_۱$$



$$\Rightarrow F - \mu_k mg = ma_۱ \Rightarrow ۲۰ - ۰/۳ \times ۴ \times ۱۰ = ۴ \times a_۱ \Rightarrow a_۱ = ۲\frac{m}{s^۲}$$

سپس سرعت جسم در لحظهٔ قطع نیروی F یعنی $t = ۳s$ را محاسبه می‌کنیم.

$$v_۱ = a_۱ t + v_۰ \Rightarrow v_۱ = ۲ \times ۳ + ۰ = ۶\frac{m}{s}$$

درنتیجه جابه‌جایی جسم بعد از $۳s$ برابر است با:

$$\Delta x_۱ = \frac{v_۰ + v_۱}{۲} \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta x_۱ = \frac{۰ + ۶}{۲} \times ۳ = ۹m$$

اگر در این لحظه $(t = ۳s)$ نیروی F قطع شود، جسم در اثر نیروی اصطکاک جنبشی بعد از مدتی متوقف می‌شود که می‌توان نوشت:

$$F_{net} = ma \Rightarrow ۰ - f_k = ma_۲ \Rightarrow -\mu_k mg = ma_۲ \Rightarrow a_۲ = -۰/۳ \times ۱۰ = -۳\frac{m}{s^۲}$$

بنابراین جابه‌جایی جسم از لحظهٔ $t = ۳s$ تا توقف کامل برابر است با:

$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a_۲ \Delta x_۲ \Rightarrow ۰ - (۶)^۲ = ۲(-۳) \times \Delta x_۲ \Rightarrow \Delta x_۲ = ۶m$$

درنتیجه کل جابه‌جایی جسم از شروع حرکت تا توقف کامل برابر است با:

$$\Delta x_{کل} = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۹ + ۶ = ۱۵m$$

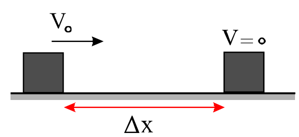
۶۹۲. گزینه ۱ ابتدا شتاب نیروی ترمز را می‌یابیم. سپس با توجه با معلوم بودن سرعت اولیه و نهایی (توقف)، جابه جایی اتومبیل از لحظهٔ ترمز تا توقف را می‌یابیم. دقت کنید که در اینجا سرعت باید برحسب $\frac{m}{s}$ باشد.

$$v = ۵۴ \div ۳/۶ = ۱۵$$

$$\Rightarrow F_{net} = ma \Rightarrow ۰ - \mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g \Rightarrow a = -۰/۲ \times ۱۰ = -۲\frac{m}{s^۲}$$

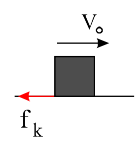
$$x_{توقف} = \frac{v_۰^۲}{۲|a|} = \frac{(۱۵)^۲}{۲ \times ۲} = \frac{۲۲۵}{۴} \simeq ۵۶m$$

۶۹۳. گزینه ۴ با توجه به اینکه پس از پرتاب تنها نیروی مؤثر بر جسم‌ها در راستای افقی، نیروی اصطکاک است، پس حرکت جسم‌ها کند شونده بوده و پس از طی مسافت Δx متوقف می‌شوند.



$$F_{net} = ma \to -f_k = ma \to -\mu_k mg = ma \to a = -\mu_k g$$

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x_{توقف} \xrightarrow{v=۰} \Delta x_{توقف} = \frac{-v_۰^۲}{۲a} = \frac{v_۰^۲}{۲\mu_k g}$$



$$\frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{v_{۰A}^۲}{v_{۰B}^۲} \times \frac{\mu_{kB}}{\mu_{kA}} \xrightarrow[\mu_{kA}=۲\mu_{kB}]{v_{۰A}=v_{۰B}} \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{۱}{۲}$$

توجه داشته باشید که جرم وزنه‌ها در مسافت توقف آنها تأثیری ندارد.

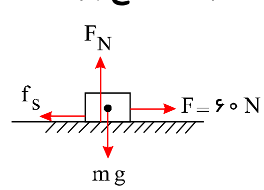
۶۹۴. گزینه ۲ ابتدا باید مشخص کرد که جسم توسط این نیرو به حرکت در می‌آید و یا خیر؟

$$f_{s\,\max} = \mu_s N = \mu_s mg = ۰/۸ \times ۸ \times ۱۰ = ۶۴N$$

مقدار نیروی محرک در این مسئله $۶۰N$ است که قادر به غلبه بر اصطکاک ایستایی ماکزیمم نیست. پس جسم حرکت نمی‌کند.

$\Rightarrow F_{net_x} = ۰ \Rightarrow f_s = F = ۶۰N$ چون جسم ساکن است.

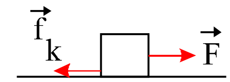
اما نیروی سطح برایند نیروی عمود بر سطح و نیروی اصطحکاک است.



$$F_{net_y} = ۰ \Rightarrow F_N = mg = ۸۰N$$

$$R = \sqrt{F_N^{\,۲} + f_s^{\,۲}} = \sqrt{۸۰^۲ + ۶۰^۲} = ۱۰۰N$$

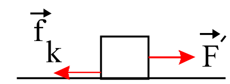
۶۹۵. گزینه ۳ در حالت اول که سرعت جسم ثابت و در نتیجه $a = ۰$ است. مطابق شکل اندازه‌ی نیروی اصطکاک جنبشی با اندازه‌ی نیروی F برابر است.



$$F_{net} = ma$$
$$F - f_k = ma \xrightarrow{a=۰} f_k = F$$

در حالت دوم که اندازه‌ی نیروی افقی به F' رسیده است. اندازه‌ی نیروی اصطکاک جنبشی تغییر نکرده است.

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a'\Delta x \Rightarrow ۰^۲ - ۲^۲ = ۲ \times a' \times (۴) \Rightarrow a' = \frac{-۱}{۲}\,\frac{m}{s^۲}$$



$$F_{net} = ma$$
$$F' - f_k = ma' \Rightarrow F' - f_k = -۵$$
$$\Rightarrow F' - F = -۵ \Rightarrow F - F' = ۵N$$

۶۹۶. گزینه ۱ چون جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند. بنابراین برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است و می‌توان نوشت:

$$\overrightarrow{F_۱} + \overrightarrow{F_۲} + \overrightarrow{F_۳} = ۰ \rightarrow \overrightarrow{F_۲} + \overrightarrow{F_۳} = -\overrightarrow{F_۱} \rightarrow |\overrightarrow{F_۲} + \overrightarrow{F_۳}| = |\overrightarrow{F_۱}| = ۱۰$$

در نتیجه با حذف $\overrightarrow{F_۱}$ بزرگی برایند نیروهای وارد بر جسم برابر با $۱۰N$ و جهت آن هم در خلاف جهت $\overrightarrow{F_۱}$ خواهد شد. اگر جهت نیروی $\overrightarrow{F_۱}$ را مثبت در نظر بگیریم، شتاب جسم پس از حذف نیروی $\overrightarrow{F_۱}$ برابر است با:

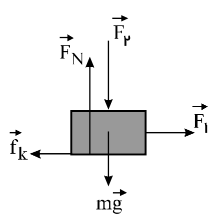
$$F_{net} = ma \xrightarrow{\sum F = -۱۰} -۱۰ = ۲a \rightarrow a = -۵\frac{m}{s^۲}$$

حال با توجه به رابطه‌ی سرعت داریم:

$$v = at + v_۰ \rightarrow v = -۵ \times ۲ + ۱۵ = +۵\frac{m}{s}$$

۶۹۷. گزینه ۳

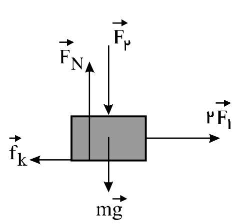
نیروهای وارد بر جسم را در ابتدا رسم می کنیم و قانون دوم نیوتون را برای آن می‌نویسیم:



$$(F_{net})_y = ۰ \Rightarrow F_N - F_۲ - mg = ۰ \Rightarrow F_N = ۲۰ + ۲ \times ۱۰ \Rightarrow F_N = ۴۰N$$

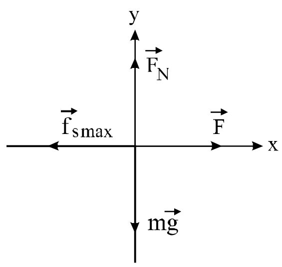
$$(F_{net})_x = ۰ \Rightarrow F_۱ - f_k = ۰ \Rightarrow f_k = F_۱ = ۱۰N$$

وقتی اندازهٔ نیروی $\vec{F}_۱$ دو برابر می‌شود، چون نیروهای در راستای قائم تغییر نکرده است، اندازهٔ نیروی اصطکاک جنبشی ثابت می‌ماند. با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:



$$(F_{net})_x = ma_x \Rightarrow ۲F_۱ - f_k = ma_x \Rightarrow ۲ \times ۱۰ - ۱۰ = ۲a_x \Rightarrow a_x = ۵m/s^۲$$

۶۹۸. گزینه ۲ ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:

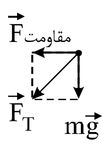


$$(F_{net})_y = ۰ \Rightarrow F_N = mg = ۱۰۰N$$

چون جسم در آستانهٔ حرکت است داریم:

$$f_{s\ max} = \mu_s F_N = \mu_s(۱۰۰)$$
$$F = kx = (۱۲۵)(۰/۲) = ۲۵N$$
$$f_{s\ max} = F \Rightarrow ۱۰۰\mu_s = ۲۵ \Rightarrow \mu_s = \frac{۱}{۴}$$

۶۹۹. گزینه ۲ نیروی مقاومت هوا همیشه در خلاف جهت حرکت جسم بوده و شتاب هم با نیرو هم‌جهت است. دو نیرویی که به جسم وارد می‌شوند یکی نیروی وزن و دیگری نیروی مقاومت هوا است که شتاب حاصل از دو نیرو برابر جمع برداری شتاب خواهد بود.



$$F_T = \sqrt{F^۲_{مقاومت} + (mg)^۲} = \sqrt{۲^۲ + ۲^۲} = ۲\sqrt{۲}N$$
$$a_T = \frac{F_T}{m} = \frac{۲\sqrt{۲}}{۰/۲} = ۱۰\sqrt{۲}m/s^۲$$

جهت شتاب گلوله هم‌جهت با $\vec{F}_T(\swarrow)$ است.

۷۰۰. گزینه ۴ ابتدا باید ببینیم جسم حرکت می‌کند یا خیر. هر چند با نگاه به هر ۴ گزینه می‌توان فهمید که جسم متحرک بوده است:

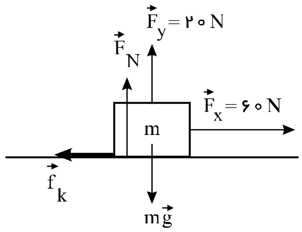
$$\begin{cases} (f_s)_{\max} = \mu_s N = \frac{۶}{۱۰} \times ۲۰ = ۱۲N \\ F = ۴۰N > ۱۲N \Rightarrow \text{جسم حرکت می‌کند} \end{cases}$$

قانون دوم نیوتون : $F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow ۴۰ - ۰/۵ \times ۲۰ = ۲a \Rightarrow a = ۱۵m/s^۲$

۵ ثانیهٔ بعد : $F_{net} = ma \Rightarrow F' - f_k = ma' \Rightarrow ۱۰ - ۰/۵ \times ۲۰ = ۲a \Rightarrow a = ۰$

پس حرکت جسم با سرعت ثابت ادامه می‌یابد.

۷۰۱. گزینه ۴



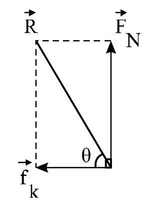
از آن‌جایی که جسم با سرعت ثابت روی سطح افقی در حال حرکت است، بنابراین طبق قانون اول نیوتون، برایند نیروهای وارد بر آن برابر با صفر است و در نتیجه داریم:

$$(F_{net})_x = ۰ \Rightarrow F_x - f_k = ۰ \Rightarrow ۶۰ - f_k = ۰ \Rightarrow f_k = ۶۰N$$

$$(F_{net})_y = ۰ \Rightarrow F_y + F_N - mg = ۰ \Rightarrow ۲۰ + F_N - ۱۰۰ = ۰ \Rightarrow F_N = ۸۰N$$

از طرف سطح افقی دو نیروی عمود بر هم $\vec{f}_k$ و $\vec{F}_N$ به جسم وارد می‌شود و بنابراین نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند $(\vec{R})$ زاویهٔ θ با سطح افقی (راستای حرکت جسم) می‌سازد. داریم:

$$\tan\theta = \frac{F_N}{f_k} = \frac{۸۰}{۶۰} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \theta = ۵۳^\circ$$



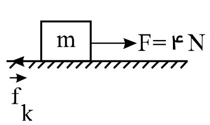
۷۰۲. گزینه ۳ مطابق نمودار سرعت - زمان، نوع حرکت جسم به‌صورت پیوسته تندشونده است. بنابراین، در هر بازهٔ زمانی جهت بردارهای سرعت و شتاب یکسان است. با توجه به این‌که شیب نمودار سرعت - زمان برابر با شتاب لحظه‌ای است، اندازهٔ شتاب در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۱$ کوچکتر از اندازهٔ شتاب پس از لحظهٔ $t_۱$ است. با توجه به قانون دوم نیوتون $F_{net} = ma$؛ اولاً بردار نیروهای برایند از لحظهٔ $t_۰ = ۰s$ تا لحظهٔ $t_۱$ و نیروی $\vec{F}_۲$ با یکدیگر هم‌جهت هستند، ثانیاً بزرگی برایند در بازهٔ صفر تا $t_۱$ کوچکتر از برایند نیروها پس از لحظهٔ $t_۱$ است.

$t_۱$ نیروی برایند تا لحظهٔ: $\vec{F}_{net} = \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ \xrightarrow{|\vec{F'}_{net}| > |\vec{F}_{net}|}$

$t_۱$ نیروی برایند پس از لحظهٔ : $\vec{F'}_{net} = \vec{F}_۲$

$\xrightarrow{|\vec{F'}_{net}| > |\vec{F}_{net}|} |\vec{F}_۲| > |\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲| \Rightarrow$ خلاف جهت $\vec{F}_۲$ و $\vec{F}_۱ \Rightarrow |\vec{F}_۲| > |\vec{F}_۱|$

۷۰۳. گزینه ۲



در حالت اول چون سرعت جسم ثابت است، اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ برابر با اندازهٔ نیروی $\vec{f}_k$ است. بنابراین با حذف نیروی

$\vec{F}$، مطابق قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت جسم برابر می‌شود با:

$$\vec{F}_{net}=m\vec{a}\xrightarrow[|f_k|=|F|=4N]{F_{net}=-f_k\,,\,m=0/5kg}-4=0/5a\Rightarrow a=-8\frac{m}{s^2}$$

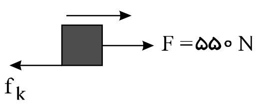
با استفاده از رابطهٔ مستقل از زمان، مسافت طی شده توسط جسم از لحظهٔ قطع شدن نیروی F تا لحظهٔ توقف برابر است با:

$$v^2=v_0^2+2a\Delta x\xrightarrow{v=0,v_0=12\frac{m}{s}}0=12^2+2(-8)\times\Delta x\Rightarrow\Delta x=\frac{12\times12}{2\times8}=9m$$

۷۰۴. گزینه ۴

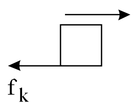
این سوال ترکیبی از حرکت شناسی و دینامیک است. نقطهٔ مشترک این دو مبحث، شتاب حرکت است، بنابراین باید با استفاده از قانون دوم نیوتون، در ابتدا شتاب حرکت را محاسبه کنیم و پس از آن وارد بحث حرکت شناسی می‌شویم.

سؤال دارای دو بخش است. یکی در حضور طناب و دیگری پس از قطع طناب.

ابتدا $\Rightarrow$ 

$$\Rightarrow 550-500=ma_1=100a_1\Rightarrow a_1=0/5\frac{m}{s^2}$$

$$f_k=\mu_kF_N=\frac{1}{2}\times1000=500N$$

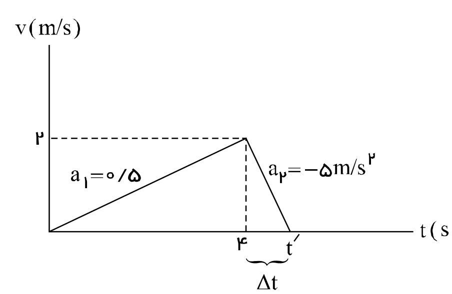
پس از پاره شدن طناب $\Rightarrow$ 

$$\Rightarrow 0-f_k=ma_2\Rightarrow 0-500=100a_2\Rightarrow a_2=-5\frac{m}{s^2}$$

و طبق مفهوم شتاب در لحظهٔ پاره شدن طناب:

$$v_{(t=4)}=a_1\Delta t+\underset{0}{\cancel{v_0}}\Rightarrow v_{(t=4)}=0/5\times4=2\frac{m}{s}$$

اکنون نمودار $(v-t)$ را رسم می‌کنیم:

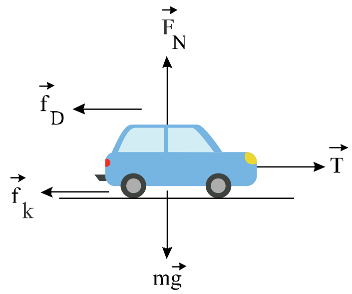


$$a_2=-5\frac{m}{s^2}\Rightarrow a_2=\text{شیب خط مماس}=\frac{0-2}{\Delta t}=-5$$

$$\Rightarrow\Delta t=0/4s\Rightarrow t'=4+0/4=4/4s\Rightarrow t'=4/4s$$

۷۰۵. گزینه ۳

نیروهای وارد بر خودرو را رسم می‌کنیم، سپس با به کارگیری قانون دوم نیوتون، با توجه به معلوم بودن شتاب خودرو، نیروی مقاوم هوای وارد بر آن را می‌یابیم.



راستای y : $a = ۰\frac{m}{s^۲} \rightarrow F_N = mg = ۲۰۰۰ \times ۱۰ \rightarrow F_N = ۲۰۰۰۰$

راستای x : $a = ۲\frac{m}{s^۲} \rightarrow T - f_k - f_D = ma \rightarrow ۹۰۰۰ - \mu_k F_N - f_D = ۲۰۰۰ \times ۲$

$$\rightarrow ۹۰۰۰ - ۰/۱ \times ۲۰۰۰۰ - f_D = ۴۰۰۰$$

$$۹۰۰۰ - ۲۰۰۰ - f_D = ۴۰۰۰$$

$$۷۰۰۰ - f_D = ۴۰۰۰ \rightarrow f_D = ۳۰۰۰N$$

۷۰۶. گزینه ۴ اصطکاک ایستایی بیشینهٔ بین جسم و سطح را حساب می‌کنیم:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s mg \Rightarrow f_{s,max} = ۰/۶ \times ۶ \times ۱۰ = ۳۶N$$

پس هنگامی‌که نیروی F به ۳۶ نیوتون برسد، جسم شروع به حرکت کرده و نیروی F را ثابت می‌کنیم. در اینجاست که نیروی اصطکاک جنبشی تمایل مخالفت با با حرکت جسم را دارد. در این حالت، نیروی اصطکاک و جنبشی تمایل به مخالفت با حرکت جسم را دارد. با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - \mu_k mg = ma \rightarrow ۳۶ - ۰/۳ \times ۶۰ = ۶a \rightarrow a = ۳m/s^۲$$

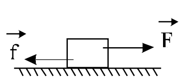
از رابطهٔ سرعت-زمان استفاده کرده و سرعت جسم را پس از ۳ ثانیه محاسبه می‌کنیم:

$$v = at + v_۰ \xrightarrow[v_۰ = ۰]{a = ۳\frac{m}{s^۲}, t = ۳s} v = ۳ \times ۳ + ۰ = ۹\frac{m}{s}$$

۷۰۷. گزینه ۲ با استفاده از معادلهٔ سرعت - زمان، سرعت جسم را می‌توان در لحظهٔ قطع نیرو به‌دست آورد:

$$v = ۴t + ۶ \rightarrow t = ۶s \Rightarrow v = ۴ \times ۶ + ۶ = ۳۰\frac{m}{s}$$

هنگامی‌که نیروی F قطع شود، تنها نیروی موثر وارد بر جسم، نیروی اصطکاک است، یعنی:



$$v = at' + v_۰ \rightarrow ۰ = a' \times ۱۲ + ۳۰ \rightarrow a' = -۲/۵\frac{m}{s^۲}$$

$$\rightarrow -f = ma' \rightarrow -f = ۴ \times -۲/۵ \rightarrow f_k = ۱۰N$$

با توجه به معادلهٔ سرعت - زمان که در سؤال داده است، جسم در ۶ ثانیهٔ اول دارای شتاب ۴ متر بر مجذور ثانیه می‌باشد، بنابراین در ۴ ثانیهٔ اول داریم:

$$F_{net} = ma \rightarrow F - f = ma \rightarrow F = ۱۰ + ۴ \times ۴ = ۲۶N$$

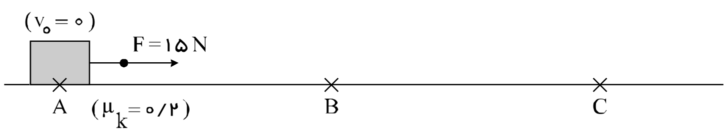
۷۰۸. گزینه ۲ چون سطح دارای اصطکاک است، دو حالت داریم:

حالت اول: شرط حرکت یعنی $(f_{s,\max} < F)$ برقرار باشد، که در این صورت جسم به‌صورت تندشونده شروع به حرکت می‌کند و پس از قطع نیروی F حرکت جسم به‌صورت کندشونده ادامه می‌یابد تا متوقف شود.

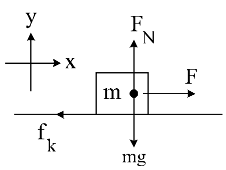
حالت دوم: اگر شرط حرکت $(f_{s,\max} < F)$ برقرار نباشد جسم حرکتی نمی‌کند و همچنان ساکن می‌ماند. بنابراین دو عبارت الف و پ صحیح است.

۷۰۹. گزینه ۴ فرض کنید نخ از (A) شروع به حرکت کرده و در نقطهٔ (B) نخ پاره شود.

از B تا C (محل توقف) در امتداد موازی سطح افقی تنها نیروی اصطکاک وارد می‌شود.



$(A \rightarrow B)$:



$$y : (F_{net})_y = ۰$$
$$x : (F_{net})_x = ma_x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y : F_N = mg = ۵۰N \Rightarrow f_k = \mu_k F_N = \frac{۲}{۱۰} \times ۵۰ = ۱۰N \\ x : F - f_k = ma \Rightarrow ۱۵ - ۱۰ = ۵a \Rightarrow a = ۱\frac{m}{s^۲} \Rightarrow v_B = v_A + at \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_B = ۰ + (۱)(۲) = ۲\frac{m}{s} \Rightarrow v_B = ۲\frac{m}{s} \Rightarrow \Delta x_{AB} = (\frac{v_B + v_A}{۲})(\Delta t)$$

$$\Rightarrow \Delta x_{AB} = (\frac{۲ + ۰}{۲})(۲) = ۲m \Rightarrow \Delta x_{AB} = ۲m$$

در مرحله دوم که نخ پاره شده، جسم تحت اثر نیروی اصطکاک، یک حرکت‌کندشونده با شتاب a دارد که:

$$(B \rightarrow C) : a = -\mu_k g \quad (F_{net} = ma \Rightarrow ۰ - f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g)$$

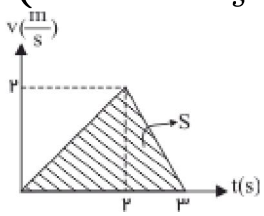
$$\Rightarrow a = -\frac{۲}{۱۰} \times ۱۰ \Rightarrow a = -۲\frac{m}{s^۲}$$

$$v_C^۲ - v_B^۲ = ۲a\Delta x_{BC} \Rightarrow ۰ - ۲^۲ = ۲(-۲)\Delta x_{BC} \Rightarrow \Delta x_{BC} = ۱m$$

$$\Delta x_{AC} = \Delta x_{AB} + \Delta x_{BC} = ۲ + ۱ = ۳m$$

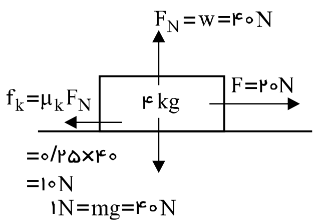
روش دوم: حرکت شامل دو بخش با شتاب‌های مختلف است که می‌توانیم با رسم نمودار $v - t$، Δx آن را حساب کنیم؛ مشابه به روش قبل $a_۱$ و $a_۲$ را می‌یابیم:

$$\begin{cases} ۱ : \ a_۱ = ۱\dfrac{m}{s^۲} \\ ۲ : \ a_۲ = -۲\dfrac{m}{s^۲} \end{cases}$$



$$\Delta x = S_{\text{زیر نمودار}} = \frac{۳ \times ۲}{۲} = ۳m$$

۷۱۰ . گزینه ۲ در ابتدا شتاب حرکت جسم و تندی آن در لحظهٔ پاره شده نخ را محاسبه می‌کنیم



$$F_{net} = ma$$

$$\rightarrow F - f_k = ma \rightarrow ۲۰ - ۱۰ = ۴a \rightarrow a = ۲/۵ m/s^۲$$

پس از ۱۶/۲ متر جابه‌جایی داریم:

$$V^۲ - V_۰^۲ = ۲a\triangle x \rightarrow V^۲ - ۰ = (۲)(۲/۵)(۱۶/۲) \rightarrow V = ۹m/s$$

بعد از پاره شدن نخ، شتاب حرکت جسم به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$a = -\mu_k g = -۰/۲۵ \times ۱۰ \rightarrow a = -۲/۵m/s^۲$$

و درنهایت داریم:

$$V' = a't' + V_۰' \rightarrow V = -۲/۵ \times ۳ + ۹ \rightarrow V = ۱/۵m/s$$

۷۱۱. گزینه ۳ قبل از هر چیز، تندی خودرو را بر حسب m/s می‌نویسیم.

$$V_۰ = ۹۰km/h = ۲۵m/s$$

در مدت زمان واکنش، هنوز خودرو ترمز نکرده و با همان سرعت حرکت می‌کند، پس جابه‌جایی‌اش در این مدت را می‌یابیم:

$$\triangle x_R = V_۰ (\triangle t)_R \rightarrow \triangle x_R = ۲۵ \times ۰/۲ \rightarrow \triangle x_R = ۵m$$

حال جابه‌جایی خودرو در مرحلهٔ کند شونده را به دست می‌آوریم:

$$\triangle x_S = \triangle x_T - \triangle x_R = ۶۷/۵ - ۵ \rightarrow \triangle x_S = ۶۲/۵m$$

در ادامه شتاب حرکت کند شونده را محاسبه می‌کنیم:

$$V^۲ - V_۰^۲ = ۲a(\triangle x) \rightarrow ۰ - (۲۵)^۲ = ۲(a)(۶۲/۵) \rightarrow a = -۵m/s^۲$$

و در نهایت داریم:

$$|f_k| = m|a| \to |f_k| = ۱۵۰۰ \times ۵ \to f_k = ۷۵۰۰N$$

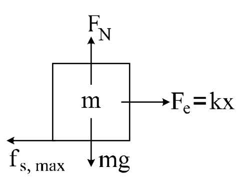
۷۱۲. گزینه ۲ در ابتدا شتاب حرکت را محاسبه می‌کنیم:

$$(۵۴\frac{km}{h} = ۱۵\frac{m}{s}) \qquad v^۲ - v_۰^۲ = ۲a(\Delta x) \Rightarrow ۰ - (۱۵)^۲ = ۲(a)(۲۲/۵) \Rightarrow a = -۵\frac{m}{s}$$

حال در وضعیت ترمز که تنها نیروی موثر، نیروی اصطکاک است، داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -\mu_k F_N = ma \xrightarrow{F_N = mg = ۱۰m} -\mu_k \times ۱۰m = m(-۵) \Rightarrow \mu_k = ۰/۵$$

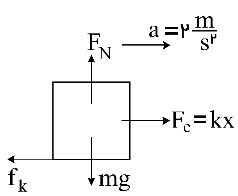
۷۱۳. گزینه ۴ هنگامی که جسم در آستانهٔ حرکت قرار دارد، نیروی فنر و بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی (نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت) هم‌اندازه‌اند. در این حالت طول فنر به اندازهٔ $۷/۵cm$ نسبت به حالت عادی فنر، تغییر کرده است؛ بنابراین داریم:



$$F_e = f_{s,max} \xrightarrow[F_N = mg]{f_{s,max} = \mu_s F_N} kx = \mu_s mg$$

$$\Rightarrow ۴۰۰ \times \frac{۷/۵}{۱۰۰} = \mu_s \times ۵ \times ۱۰ \Rightarrow \mu_s = ۰/۶$$

در حالت دوم که جسم با شتاب ثابت حرکت می‌کند، داریم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow F_e - f_k = ma$$

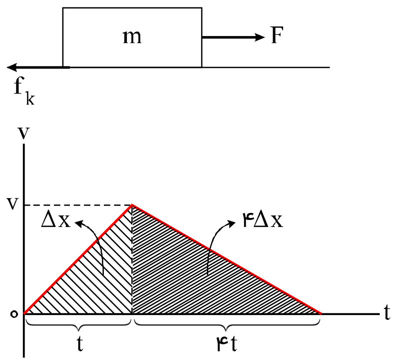
$$\Rightarrow kx - \mu_k mg = ma \xrightarrow[F_N = mg]{f_k = \mu_k F_N} ۴۰۰ \times \frac{۷/۵}{۱۰۰} - \mu_k \times ۵ \times ۱۰ = ۵ \times ۲۰$$

$$\Rightarrow \mu_k = ۰/۴$$

و در نهایت داریم:

$$\frac{\mu_s}{\mu_k} = \frac{۰/۶}{۰/۴} = \frac{۳}{۲}$$

۷۱۴. گزینه ۴



در ابتدا جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده و هنگامی که تندی‌اش به v می‌رسد، نیروی F قطع شده و پس از مدتی متوقف می‌شود. در حالت اول دو نیروی F و f_k و در حالت دوم فقط f_k بر جسم اثر می‌کند. اگر نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم کنیم، داریم:

با توجه به نمودار، بدیهی است که اگر در مرحلهٔ اول شتاب a باشد، در مرحلهٔ دوم شتاب $(-\frac{۱}{۴}a)$ است. (چرا؟!)

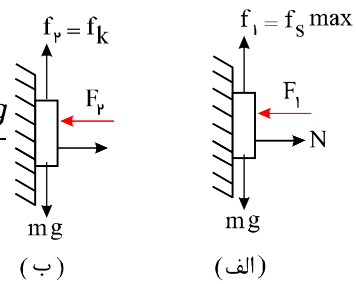
حال داریم:

$$F_{net}=ma \Rightarrow \begin{cases} F-f_k=ma_۱ \\ -f_k=ma_۲ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F-f_k=ma \\ -f_k=-\frac{۱}{۴}ma \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{F-f_k}{f_k}=۴ \Rightarrow F=۵f_k$$

۷۱۵. گزینه ۳ چون در هر دو حالت شتاب صفر است پس برایند نیروهای وارد بر جسم نیز صفر خواهد بود. در این صورت نیروی اصطکاک با نیروی وزن جسم برابر است. حذف گزینه ۱ و ۲ در همان ابتدا و داریم:

$$F_{net}=\circ \rightarrow mg-f=\circ \rightarrow f=mg \xrightarrow{\text{الف و ب}} f_۱=f_۲=mg$$



$$\begin{cases} f_۱=f_{s_{max}}=mg \rightarrow \mu_s F_N=mg \xrightarrow{F_N=F_۱} \mu_s F_۱=mg \rightarrow F_۱=\frac{mg}{\mu_s} \\ f_۲=f_k=mg \rightarrow \mu_k F_N=mg \xrightarrow{F_N=F_۲} \mu_k F_۲=mg \rightarrow F_۲=\frac{mg}{\mu_k} \\ \rightarrow \frac{F_۱}{F_۲}=\frac{\mu_k}{\mu_s} \xrightarrow{\mu_s>\mu_k} F_۱<F_۲ \end{cases}$$

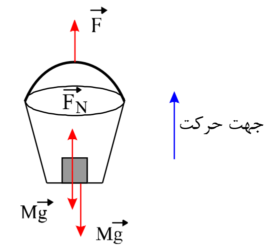
بنابراین $f_۱=f_۲,\quad F_۱<F_۲$

۷۱۶. گزینه ۳ ابتدا با رسم دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر سطل و وزنه و با در نظر گرفتن جهت حرکت سطل به سمت بالا و با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

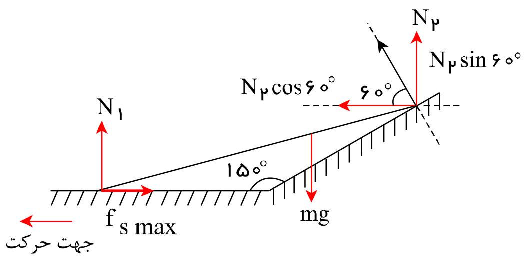
$$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \Rightarrow ۱۲ - ۱۰ = ۱ \times a \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - Mg = Ma$$

$$\Rightarrow F - (۱/۵ + ۱) \times ۱۰ = (۱/۵ + ۱) \times ۲ \Rightarrow F = ۳۰N$$

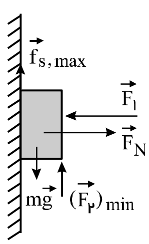


۷۱۷. گزینه ۳ میله در آستانه‌ی حرکت است، بنابراین برآیند نیروهای وارد بر میله در راستای x و y صفر است، پس داریم:



$$\begin{cases} \sum F_x = ۰ \Rightarrow N_۲ \cos ۶۰ = f_{s\ max} \Rightarrow N_۲ \times \frac{۱}{۲} = \mu_s \cdot N_۱ \\ \Rightarrow N_۲ \times ۰/۵ = ۰/۱ \times N_۱ \Rightarrow N_۱ = ۵N_۲ (I) \\ \sum F_y = ۰ \Rightarrow N_۲ \sin ۶۰ + N_۱ = mg \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲}N_۲ + N_۱ = ۱۰ \overset{(I)}{\Rightarrow} \frac{\sqrt{۳}}{۲}N_۲ + ۵N_۲ = ۱۰ \\ \Rightarrow \frac{۱۰+\sqrt{۳}}{۲}N_۲ = ۱۰ \Rightarrow N_۲ = \frac{۲۰}{۱۰+\sqrt{۳}} \end{cases}$$

۷۱۸. گزینه ۱ بسته به اندازهٔ قائم $\vec{F}_۲$، جسم می‌تواند در آستانهٔ حرکت به سمت پایین و یا بالا باشد.



اگر جسم در آستانهٔ حرکت به سمت پایین باشد، اندازهٔ نیروی $\vec{F}_۲$، کمترین مقدار است و نیروی اصطکاک ایستایی به‌طرف بالا بر جسم وارد می‌شود. با رسم نیروهای وارد بر جسم داریم:

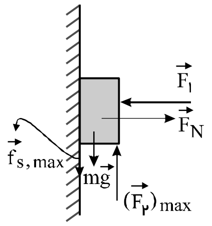
$$(F_{net})_x = ۰ \Rightarrow F_N = F_۱ = ۱۲۰N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = ۰/۲۵ \times ۱۲۰ \Rightarrow f_{s,max} = ۳۰N$$

$$(F_{net})_y = ۰ \Rightarrow (F_۲)_{min} + f_{s,max} = mg$$

$$\Rightarrow (F_۲)_{min} + ۳۰ = ۴ \times ۱۰ \Rightarrow (F_۲)_{min} = ۱۰N$$

اگرجسم در آستانهٔ حرکت به سمت بالا باشد، اندازهٔ نیروی $\vec{F}_۲$ ، بیشترین مقدار است و نیروی اصطکاک ایستایی به طرف پایین بر جسم وارد می‌شود. با رسم نیروهای وارد بر جسم در این حالت داریم:



$$(F_{net})_x = ۰ \Rightarrow F_N = F_۱ = ۱۲۰N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = ۰{,}۲۵ \times ۱۲۰ \Rightarrow f_{s,max} = ۳۰N$$

$$(F_{net})_y = ۰ \Rightarrow (F_۲)_{max} = f_{s,max} + mg$$

$$\Rightarrow (F_۲)_{max} = ۳۰ + ۴ \times ۱۰ \Rightarrow (F_۲)_{max} = ۷۰N$$

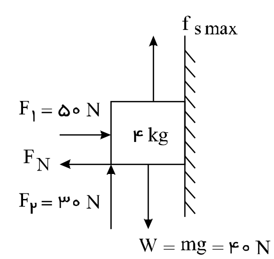
بنابراین اختلاف اندازهٔ بیشترین و کمترین مقدار نیروی $\vec{F}_۲$ برای اینکه جسم در آستانهٔ حرکت باشد، برابر است با:

$$\Delta F_۲ = ۷۰ - ۱۰ = ۶۰N$$

۷۱۹. گزینه ۲ هنگامی‌که جسم در آستانهٔ حرکت رو به پایین است، اصطکاک ایستایی بیشینه و رو به بالا است بنابراین:

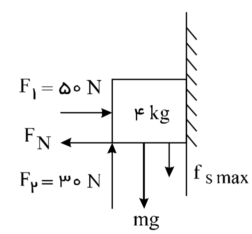
$$F_{net,y} = ۰ \rightarrow f_{smax} + ۳۰ - ۴۰ = ۰$$

$$f_{smax} = ۱۰$$



اگر جسم در آستانهٔ حرکت رو به بالا قرار گیرد داریم:

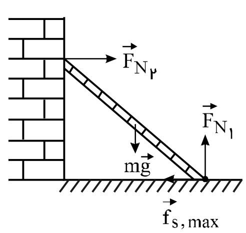
$$\begin{cases} F_{net,x} = ۰ \rightarrow F_N = F_۱ = ۵۰N \\ F_{net,y} = ۰ \rightarrow ۳۰ - ۱۰ - mg = ۰ \rightarrow mg = ۲۰N \rightarrow m = ۲kg \end{cases}$$



بنابراین جرم جسم باید $۲kg(۴ - ۲ = ۲)$ کاهش یابد.

۷۲۰. گزینه ۱

چون نردبان در آستانهٔ سُر خوردن (حرکت) است. بنابراین نیروی خالص وارد بر نردبان در دو راستای افقی و عمودی صفر است، بنابراین داریم:



$$F_{net}=۰\Rightarrow\begin{cases}(F_{net})_y=۰\Rightarrow F_{N۱}=mg=۲۰۰N\\(F_{net})_x=۰\Rightarrow F_{N۲}=f_{s,max}\quad(*)\end{cases}$$

اندازۀ نیروی اصطکاک ایستایی برابر است با:

$$f_{s,max}=\mu_s F_{N۱}=۰/۷۵\times۲۰۰=۱۵۰N$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{*}F_{N۲}=f_{s,max}=۱۵۰N$$

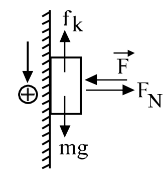
از طرف سطح افقی دو نیروی عمود بر هم $\overrightarrow{F_{N۱}}$ و $\vec{f}_{s,max}$ بر نردبان وارد می‌شود، بنابراین:

$$R=\sqrt{F_{N۱}^۲+f_{s,max}^۲}=\sqrt{۲۰۰^۲+۱۵۰^۲}=۲۵۰N$$

در نهایت می‌توان نوشت:

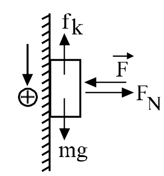
$$\frac{F_{N۲}}{R}=\frac{۱۵۰}{۲۵۰}=\frac{۳}{۵}$$

۷۲۱. گزینه ۳ در حالت اول که جسم با سرعت ثابت پایین می‌آید، شتاب صفر است و بنابراین اندازۀ نیروی اصطکاک با اندازۀ نیروی اصطکاک با اندازۀ وزن جسم برابر است.



$$F_{net}=ma\Rightarrow mg-f_k=۰$$
$$\Rightarrow mg=f_k\xrightarrow[N=F]{f_k=\mu_k N}mg=\mu_k F\Rightarrow F=\frac{mg}{\mu_k}$$

با دو برابر شدن اندازۀ نیروی افقی $\vec{F}$ ، اندازۀ نیروی اصطکاک افزایش یافته و حرکت جسم کندشونده شد و شتاب حرکت به سمت بالا می‌گردد. با انتخاب جهت مثبت به سمت پایین، شتاب حرکت را در این لحظه به‌دست می‌آوریم.

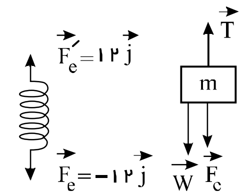


$$mg-f'_k=ma\xrightarrow[N'=۲F\ ,\ F=\frac{mg}{\mu_k}]{f'_k=\mu_k N'}mg-\mu_k\times۲\times\frac{mg}{\mu_k}=ma$$

$$\Rightarrow a=-g\xrightarrow[V_۰=۴۰m/s\ ,\ g=۱۰\frac{m}{s^۲}]{\Delta y=\frac{۱}{۲}at^۲+V_۰t\ ,\ t=۲s}\Delta_y=\frac{۱}{۲}\times(-۱۰)\times۲^۲+۴۰\times۲=۶۰m$$

۷۲۲. گزینه ۴ نیرویی که از طرف فنر به سطح وارد می‌شود به سمت بالا است. بنابراین مطابق قانون سوم نیوتون نیرویی که از طرف سطح به فنر وارد می‌شود، به سمت پایین است. از آن‌جا که برایند نیروهای وارد بر فنر برابر صفر است، بنابراین نیروی وارد بر فنر از طرف جسم m به سمت بالا و لذا عکس‌العمل آن یعنی نیرویی که فنر به جسم وارد می‌کند، به سمت پایین است. با نوشتن قانون اول نیوتون برای جرم m داریم:

$$T = W + F_e \xrightarrow[Fe=۱۲N]{W=mg=۲\times۱۰=۲۰N} T = ۳۲N$$

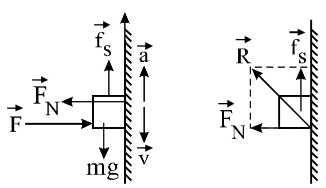


با توجه به جهت نیروی وارد بر فنر، فنر تحت کشش قرار دارد و طول آن افزایش یافته است. با توجه به رابطهٔ تغییر طول فنر داریم:

$$F_e = k\Delta L \xrightarrow[k=۴۰۰\frac{N}{m}]{Fe=۱۲N} \Delta L = \frac{۱۲}{۴۰۰} = ۰/۰۳m \xrightarrow{L_۰=۰/۱۲m} L_۱ = ۰/۱۵m$$

۷۲۳. گزینه ۳

جسم روی دیواره نمی‌لغزد؛ پس اصطکاک از نوع ایستایی است. (دقت کنید چون در صورت سؤال اشاره‌ای نکرده که جسم در آستانهٔ حرکت قرار دارد، پس نیروی اصطکاک ایستایی، f_s است نه $f_{s\ max}$)



x برایند نیروها در راستای : $F_N = F = ۱۲۰N$

چون آسانسور در حال حرکت به سمت پایین می‌باشد، جهت v به سمت پایین است. از طرفی چون در حال متوقف شدن است، پس حرکتش کندشونده است؛ یعنی جهت a و v برخلاف یکدیگر بوده و در نتیجه جهت a به سمت بالا است:

y برایند نیروها در راستای : $f_s - mg = ma$

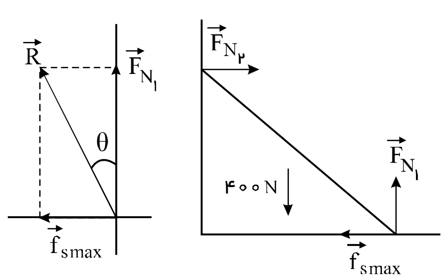
$$f_s = m(g+a) = ۴(۱۰ + ۲/۵) = ۵۰N$$

نیروی برایندی که دیوارهٔ آسانسور به جسم وارد می‌کند را واکنش سطح می‌نامیم و با R نشان داده و برابر است با:

$$R = \sqrt{(F_N)^۲ + (f_s)^۲} = \sqrt{(۱۲۰)^۲ + (۵۰)^۲} = ۱۳۰N$$

دقت کنید که در صورت سؤال راجع به نیرویی که جسم به دیوارهٔ آسانسور وارد می‌کند، پرسیده است که در واقع عکس العمل R است که طبق قانون سوم نیوتون، هم‌اندازه با R می‌باشد.

۷۲۴. گزینه ۲ نیروهای وارد بر نردبان از طرف زمین و دیوار را رسم می‌کنیم:



چون نردبان در حال تعادل است برایند نیروها در راستای افقی و قائم صفر است:

$$F_{N_۱} = ۴۰۰N$$

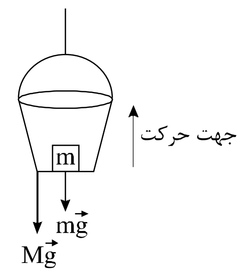
$$f_{s\ max} = F_{N_۲} = \mu_s \times F_{N_۱} = \frac{۳}{۴} \times ۴۰۰ = ۳۰۰N$$

$$\tan\theta = \frac{f_{s\ max}}{F_{N_۱}} = \frac{۳۰۰}{۴۰۰} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \theta = ۳۷^\circ$$

۷۲۵. گزینه ۴ جرم جسم را به m و جرم سطل را با M نمایش می‌دهیم. ابتدا معادلهٔ حرکت مجموعه را می‌نویسیم و اندازهٔ کشش طناب را به‌دست می‌آوریم؛ دقت کنید جهت حرکت سطل به‌سمت بالا است و این جهت را مثبت فرض می‌کنیم. با توجه به این‌که حرکت مجموعه به‌صورت کندشونده است، جهت شتاب در خلاف جهت حرکت مجموعه یعنی به‌سمت پایین است. پس داریم:

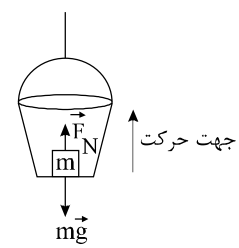
$$T-(M+m)g=(M+m)a$$

$$T-(۱+۰{,}۵)\times ۱۰=(۱+۰{,}۵)(-۲)\Rightarrow T=۱۲N$$



اکنون معادلهٔ حرکت جسم m را نوشته و داریم:

$$F_N-mg=ma\Rightarrow F_N-۰{,}۵\times ۱۰=۰{,}۵(-۲)\Rightarrow F_N=۴N$$



۷۲۶. گزینه ۴ حرکت این جسم دارای دو مرحله است. مرحله‌ای اول از شروع حرکت تا لحظه‌ای است که نیروی F قطع می‌شود. طی این مرحله جسم از حال سکون و با شتاب $۵\frac{m}{s^۲}$ به صورت تند شونده به سمت بالا حرکت می‌کند. اندازه‌ی جابه‌جایی جسم طی این مدت و سرعت آن در انتهای این مرحله برابر است با:

$$\Delta x_۱=\frac{۱}{۲}a_۱t^۲+v_۰t=\frac{۱}{۲}\times ۵\times ۲۰^۲+۰\Rightarrow \Delta x_۱=۱۰۰۰m$$

$$v_۱=a_۱t+v_۰=۵\times ۲۰+۰\Rightarrow v_۱=۱۰۰\frac{m}{s}$$

مرحله‌ی دوم از لحظه‌ی قطع شدن نیروی F تا لحظه‌ای است که جسم به بالاترین نقطه‌ی مسیر حرکت خود می‌رسد و سرعت آن برابر با صفر می‌شود. طی این مدت جسم با شتاب ثابت $g=۱۰\frac{m}{s^۲}$ و با حرکتی کندشونده حرکت می‌کند. برای محاسبه‌ی جابه‌جایی جسم طی این مرحله داریم:

$$v_۲^۲-v_۱^۲=-۲g\Delta x_۲\Rightarrow ۰-۱۰۰^۲=-۲\times ۱۰\times \Delta x_۲\Rightarrow \Delta x_۲=۵۰۰m$$

بنابراین اندازه‌ی جابه‌جایی کل این جسم تا لحظه‌ای که به بالاترین نقطه‌ی مسیر حرکت خود می‌رسد، برابر است با:

$$\Delta x=\Delta x_۱+\Delta x_۲=۱۰۰۰+۵۰۰\Rightarrow \Delta x=۱۵۰۰m$$

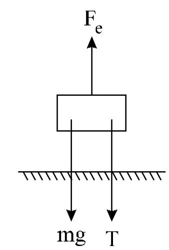
۷۲۷. گزینه ۳

برجسم در راستای قائم یک نیروی فنر به طرف بالا و دو نیروی وزن و کشش نخ به طرف پایین وارد می‌شود. باتوجه به تعادل جسم، نیروهای وارد برجسم متوازن اند. پس داریم:

$$F = T + mg \Rightarrow F_e = ۱۰ + ۴ \times ۱۰ = ۵۰N$$

$$F_e = k\Delta\ell \to ۵۰ = ۱۰۰۰ \times \Delta\ell \to \Delta\ell = ۰/۰۵m = ۵cm$$

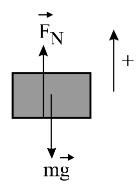
$$\Delta\ell = \ell - \ell_\circ \to ۵ = \ell - ۲۴ \to \ell = ۲۹cm$$



۷۲۸. گزینه ۲ اگر جهت حرکت رو به بالا را مثبت فرض کنیم، شتاب حرکت آسانسور در طی مدت $۵s$ برابر است با:

$$v = at + v_\circ \Rightarrow ۰ = a \times ۵ + ۱۰ \Rightarrow a = -۲m/s^۲$$

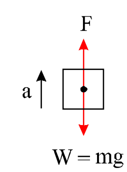
با نوشتن قانون دوم نیوتون برای حرکت جسم داخل آسانسور، داریم:



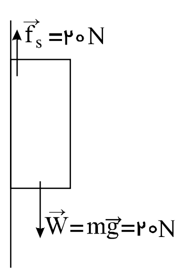
$$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \Rightarrow F_N - ۱۰ \times ۱۰ = ۱۰ \times (-۲) \Rightarrow F_N = ۸۰N$$

۷۲۹. گزینه ۴ مطابق شکل زیر، به جسم نیروهای $\vec{F}$ و $\vec{W}$ وارد می‌شود. چون جسم از حال سکون روبه بالا شروع به حرکت می‌کند، جهت شتاب آن به سمت بالاست و با استفاده از قانون دوم نیوتون در جهت شتاب می‌توان نوشت:

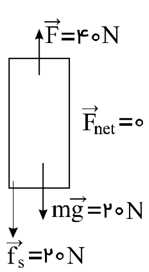
$$F - mg = ma \Rightarrow F = m(a + g) = ۲ \times (۲ + ۱۰) = ۲۴N$$



۷۳۰. گزینه ۱

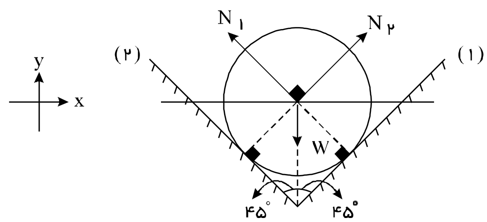


در ابتدا که جسم ساکن است، نیروی اصطکاک در حال سکون با وزن جسم یعنی $۲۰N$ برابر است.



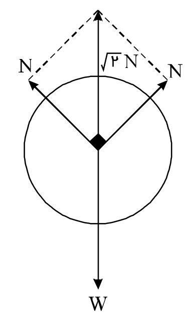
در حالت دوم که نیروی $F_۲$ به بالا وارد می‌شود، در راستای قائم سه مولفهٔ وزن، اصطکاک و $F_۲$ بر جسم نیرو وارد می‌کنند که در این راستا، نیروی خالص وارد بر جسم صفر است و جسم ساکن می‌ماند.

۷۳۱. گزینه ۳



از متن تست مشخص می‌شود که به دلیل تقارن موجود در شکل نیرویی که دیواره‌ها به جسم وارد می‌کنند (یا بالعکس جسم به دیواره‌ها وارد می‌کند) با هم برابر است. (این موضوع با بررسی توازن نیروها در امتداد محور x به سادگی نتیجه می‌شود)

حال با بررسی نیروها در راستای قائم داریم:

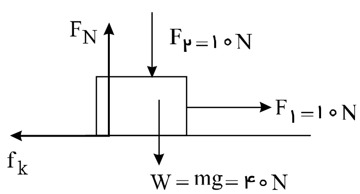


$$N_۱ = N_۲ = N$$

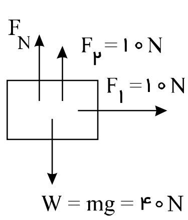
$$\sqrt{۲}N = W = mg = ۵۰ \rightarrow N = \frac{۵۰}{\sqrt{۲}} = \frac{۵۰\sqrt{۲}}{۲} = ۲۵\sqrt{۲}N$$

۷۳۲. گزینه ۱ <u>قدم اول:</u>

ابتدا حرکت جسم با سرعت ثابت است ($a = ۰$) بنابراین:



$$F_{net} = m\cancel{a}^{\circ} = ۰ \Rightarrow ۱۰ - f_k = ۰ \Rightarrow f_k = ۱۰N \text{ و } F_{N_۱} = ۴۰ + ۱۰ = ۵۰N$$

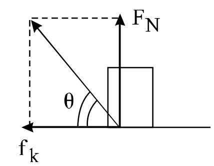


<u>قدم دوم:</u>

در امتداد y داریم:

$$F_{N_۲} + F_۲ = W \Rightarrow F_{N_۲} = ۳۰N$$

$$\frac{F_{N_۲}}{F_{N_۱}} = \frac{۳}{۵} \xrightarrow[\text{را در } \mu_k \text{ ضرب می‌کنیم}]{\text{صورت و مخرج}} \frac{f_{k_۲}}{f_{k_۱}} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow f_{k_۲} = \frac{۳}{۵}f_{k_۱} \text{ و } F_{N_۲} = \frac{۳}{۵}F_{N_۱}$$



$$\tan\theta = \frac{F_N}{f_k} \Rightarrow \frac{\tan\theta_2}{\tan\theta_1} = \frac{F_{N_2}}{F_{N_1}} \times \frac{f_{k_1}}{f_{k_2}} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{3} = 1$$

روش دوم:

$$\tan\theta = \frac{F_N}{f_k} = \frac{F_N}{\mu_k F_N} = \frac{1}{\mu_k} = \text{ثابت}$$

$$\theta_2 = \theta_1 < 90^\circ$$

۷۳۳. گزینه ۲ جسم در راستای افق در حال حرکت با سرعت ثابت است، یعنی: $a = 0 \rightarrow F_{net} = 0$

حال قانون دوم نیوتون را در راستای افقی برای جسم می‌نویسیم:

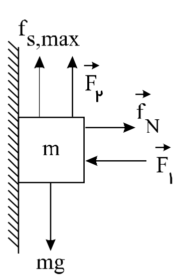
$$F = f_k \rightarrow \begin{cases} f_k = \mu_k F_N \\ F = 8N \\ \mu_k = 0/2 \end{cases} \Rightarrow 8 = 0/2 F_N \rightarrow F_N = 40N$$

اکنون قانون دوم نیوتون را برای راستای قائم می‌نویسم و چون $mg > F_N$ است، جهت شتاب روبه پایین است و چون آسانسور رو به بالا در حال حرکت است. بردار سرعت و بردار شتاب در خلاف جهت هم هستند و حرکت آسانسور کندشونده است:

$$mg - F_N = ma \rightarrow \begin{cases} m = 8kg \\ g = 10\frac{N}{kg} \\ F_N = 40N \end{cases} \rightarrow 80 - 40 = 8a \rightarrow a = 5\frac{m}{s^2}$$

۷۳۴. گزینه ۳ برای حل این سؤال باید دو حالت را بررسی کنیم:

حالت ۱) اگر جسم در آستانه حرکت به سمت پایین باشد، نیروی اصطکاک ایستایی به سمت بالا خواهد بود.

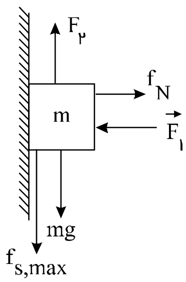


$$x \ : F_1 = F_N = 40N$$

$$y \ : F_2 + f_{s,max} = mg \rightarrow F_2 = mg - f_{s,max}$$

$$F_2 = 80 - (0/5 \times 40) = 80 - 20 = 60N$$

حالت ۲) اگر جسم در آستانهٔ حرکت به سمت بالا باشد، نیروی اصطکاک ایستایی به سمت پایین خواهد بود:



$$x\ :F_۱=F_N=۴۰(N)$$
$$y\ :F_۲=mg+f_{smax}=mg+\mu_s F_N$$

$$F_۲=۸۰+(۰٫۵\times ۴۰)=۱۰۰(N)$$

پس حداقل بزرگی نیروی $F_۲$ برابر $۶۰N$ است.

تذکر:به طور کلی، در اینگونه سوالات که به دنبال حداقل نیروی F می‌گردد، جسم باید در آستانۀ حرکت به گونه‌ای قرار گیرد که نیروی F و نیروی اصطکاک هم‌سو باشند.

۷۳۵. گزینه ۴ با استفاده از قانون دوم نیوتون در هر مرحله داریم:

وقتی آسانسور پایین می‌رود $mg-T_۱=ma_۱ \Rightarrow T_۱=m(g-a_۱)\Rightarrow k(L_۱-L_۰)=m(g-a_۱)\quad (۱)$

وقتی آسانسور بالا می‌رود $T_۲-mg=ma_۲ \Rightarrow T_۲=m(g+a_۲)\Rightarrow k(L_۲-L_۰)=m(g+a_۲)\quad (۲)$

$$\xrightarrow[a_۱=a_۲=a]{(۱),(۲)} k(L_۲-L_۰)-k(L_۱-L_۰)=m(g+a)-m(g-a)\Rightarrow k(L_۲-L_۱)=۲ma$$

$$\Rightarrow k(L_۲-L_۱)=۲ma\Rightarrow k=\frac{۲ma}{L_۲-L_۱}=\frac{۲\times۲\times۲}{(۱۶-۱۴)\times ۱۰^{-۲}}\Rightarrow k=۴۰۰\frac{N}{m}$$

۷۳۶. گزینه ۴ نکته: وزن ظاهری در آسانسور برابر است با: $W'=m(g\pm(\pm a))$

$$\begin{array}{l} \text{کودک}:W'_۱=۴۰(۱۰+(+۲))\Rightarrow W'_۱=۴۸۰ \\ \text{شخص}:W'_۲=m(۱۰-(+۲))\Rightarrow W'_۲=۸m \end{array} \Rightarrow ۴۸۰=۸m\Rightarrow m=۶۰kg$$

۷۳۷. گزینه ۲ باتوجه به رابطه‌ی آسانسور می توان گفت:

$$T=m(g\pm(\pm a))\Rightarrow ۱\geq ۰٫۲\underbrace{(g\pm(\pm a))}_{g'}\Rightarrow g'\leq ۵\frac{m}{s^۲}$$

باتوجه به محاسبات بالا، می‌توان نتیجه گرفت، شرط پاره نشدن طناب این است که $g'\leq ۵$ شود، یعنی علامت نهایی a، منفی باشد و مقدار آن نیز از ۵ بزرگتر باشد، باتوجه به این توضیحات فقط گزینه ۲ چنین شرطی را دارا می‌باشد. حال برای درک بهتر مسائل آسانسور گزینه های دیگر را نیز بررسی می کنیم:

گزینه‌ی ۱: $g'=(g\pm(\pm a))\Rightarrow g'=(۱۰+(+۱))=۱۱\frac{m}{s^۲}>۵\Rightarrow$ **طناب پاره می‌شود**

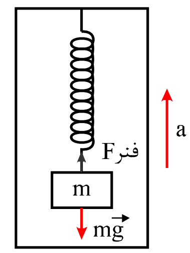
گزینه‌ی ۳: $g'=(g\pm(\pm a))\Rightarrow g'=(۱۰-(+۱))=۹\frac{m}{s^۲}>۵\Rightarrow$ **طناب پاره می‌شود**

گزینه‌ی ۴: $g'=(g\pm(\pm a))\Rightarrow g'=(۱۰-(-۲))=۱۲\frac{m}{s^۲}>۵\Rightarrow$ **طناب پاره می‌شود**

*** نکته: در روابط مربوط به دینامیک قائم و آسانسور (رابطه g'): علامت اول وابسته به جهت**

حرکت $\begin{cases} \text{روبه بالا } + \\ \text{روبه پایین } - \end{cases}$ **و علامت دوم وابسته به نوع حرکت** $\begin{cases} \text{تندشونده } + \\ \text{کندشونده } - \end{cases}$ می‌باشد.

۷۳۸. گزینه ۲ مطابق شکل ابتدا از شرط تعادل وزنه در حالت سکون آسانسور، جرم وزنه متصل به آن را به دست می‌آوریم:



$$\Delta L_1 = 180 - 150 = 30cm$$

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_{\text{فنر}} - mg = 0$$
$$\Rightarrow k\Delta L_1 = mg \Rightarrow 200 \times 0{,}3 = m \times 10 \Rightarrow m = 6kg$$

اکنون اگر فرض کنیم، آسانسور از حالتی که فنر طول عادی خود را دارد با شتاب a روبه‌بالا شروع کند تا وزنه به کف آسانسور برسد، خواهیم داشت:

$$\Delta L_2 = \Delta L_1 + 7{,}5cm = 30 + 7{,}5 = 37{,}5cm$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_{\text{فنر}} - mg = ma \Rightarrow k\Delta L_2 - mg = ma$$

$$\Rightarrow 200 \times 37{,}5 \times 10^{-2} - 60 = 6a \Rightarrow a = 2{,}5\frac{m}{s^2}$$

۷۳۹. گزینه ۳ اگر باسکول وزن شخص را بیشتر از حالت سکون نشان دهد، جهت شتاب آسانسور روبه بالا است، بنابراین داریم:

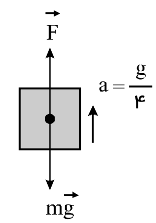
حرکت تُندشونده رو به بالا : $N = m(g+a)$

حرکت کُندشونده رو به پایین : $N = m(g+a)$

۷۴۰. گزینه ۳ طبق قانون سوم نیوتون، نیروی وارده از طرف جسم به کف آسانسور با نیروی وارده از طرف کف آسانسور به جسم، هم اندازه (شتاب و سرعت (جهت حرکت) هم‌سو هستند) حرکت تندشونده است:

رو به بالا $N = m(g+a)$
رو به پایین $N' = m(g-a)$
$$\Rightarrow N - N' = 2ma = 2 \times 5 \times 2 = 20N$$

۷۴۱. گزینه ۲ قبل از هر چیزی می‌دانیم که انرژی پتانسیل جسم در ارتفاع h نسبت به زمین به صورت $U = mgh$ محاسبه می‌شود. در اینجا به جسم دو نیرو، یکی نیروی شخص $(\vec{F})$ به طرف بالا در جهت حرکت جسم و دیگری وزن جسم $(m\vec{g})$ در خلاف جهت حرکت به آن وارد می‌شود. ابتدا به کمک قانون دوم نیوتون به محاسبهٔ اندازهٔ این نیرو $(\vec{F})$ بر حسب وزن جسم می‌پردازیم:



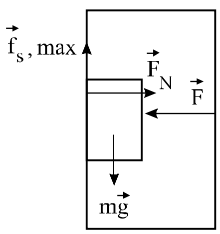
$$F_{net} = m\vec{a}$$

$$F - mg = ma \xrightarrow{a=\frac{g}{۴}} F = mg + \frac{mg}{۴} = \frac{۵}{۴}mg$$

کار این نیرو در جهت جابه‌جایی جسم به اندازهٔ h برابر است با:

$$W_F = (F\cos\theta)d \xrightarrow[F=\frac{۵}{۴}mg]{d=h\ ,\ \theta=۰^\circ} W_F = \frac{۵}{۴}mgh \xrightarrow{U=mgh} W_F = \frac{۵}{۴}U$$

۷۴۲. گزینه ۱ چون کمینهٔ اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ خواسته شده است، بنابراین جسم در داخل آسانسور در آستانهٔ حرکت قرار دارد. اگر جهت مثبت را رو به پایین در نظر بگیریم و قانون دوم نیوتون را برای جسم داخل آسانسور بنویسیم، داریم:



$$(F_{net})_y = ma_y \Rightarrow mg - f_{s,\max} = ma_y$$
$$\Rightarrow f_{s,\max} = m(g - a_y) = ۴ \times (۱۰ - ۲) \Rightarrow f_{s,\max} = ۳۲N$$

بنابراین:

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N \Rightarrow ۳۲ = ۰/۵ F_N \Rightarrow F_N = ۶۴N$$

چون جسم در راستای افقی حرکتی ندارد، بنابراین:

$$(F_{net})_x = ۰ \Rightarrow F = F_N = ۶۴N$$

۷۴۳. گزینه ۱ در قسمت اول حرکت (۰ تا $۳s$)، سرعت منفی است ($v < ۰$)، یعنی آسانسور به‌طرف پایین در حال حرکت است. همچنین شتاب (شیب نمودار) مثبت است، لذا در قسمت اول، حرکت کندشونده است.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰ - (-۶)}{۲ - ۰} = ۲\frac{m}{s^۲}$$

در حرکت کندشونده به سمت پایین، عددی که ترازو نشان می‌دهد، برابر است با:

$$F_{N_۱} = m(g + a)$$

در قسمت دوم حرکت ($۳s$ تا $۶s$)، $v > ۰$ و $a > ۰$ می‌باشد یعنی حرکت تندشونده رو به بالا است، بنابراین:

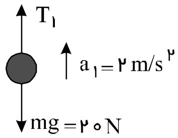
$$F_{N_۲} = m(g + a)$$

در نتیجه:

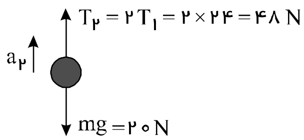
$$F_{N_۱} = F_{N_۲} \Rightarrow \Delta_{F_N} = ۰$$

۷۴۴. گزینه ۲

در حالت اول نیروی کشش T را محاسبه می‌کنیم تا بتوانیم بعد از دوبرابرشدن T مقدار نیروی محرک را بدانیم.

حالت اول 

$\Rightarrow F_{net} = ma_۱ \Rightarrow T_۱ - ۲۰ = ۲ \times ۲ = ۴N \Rightarrow T_۱ = ۲۴N$

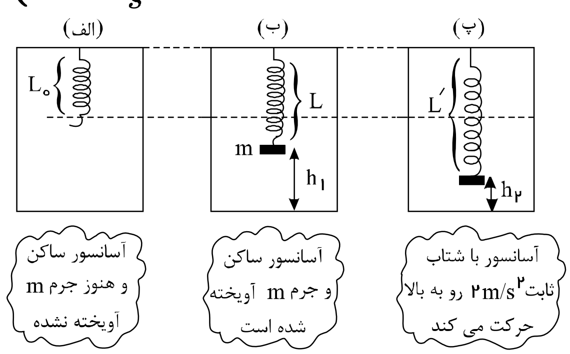
حالت دوم 

$\Rightarrow F_{net} = ma_۲ \Rightarrow ۴۸ - ۲۰ = ۲a_۲ \Rightarrow ۲۸ = ۲a_۲ \Rightarrow a_۲ = ۱۴\frac{m}{s^۲}$

$$\Rightarrow \frac{a_۲}{a_۱} = \frac{۱۴}{۲} = ۷$$

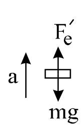
۷۴۵. گزینه ۲ تغییر طول فنر از حالت تعادل (تفاضل طول فنر نسبت به طول حالت عادی‌اش) را با ΔL (کتاب درسی مقدار ΔL را با x نشان داده است.) نشان می‌دهیم. فرض کنید طول اولیهٔ فنر $L_۰$، طول فنر قبل از حرکت آسانسور و پس از آویختن وزنه برابر L و بعد از حرکت آسانسور L' باشد. فاصلهٔ وزنه از کف آسانسور را ابتدا $h_۱$ سپس $h_۲$ می‌نامیم:

$$\begin{cases} m = ۲kg \text{ و } L_۰ = ۴۰cm \\ h_۱ = ۱۴۰cm \text{ و } h_۲ = ۱۳۶cm \\ a = ۲\frac{m}{s^۲} \end{cases}$$



در شکل (ب) $\Rightarrow$ 

$\Rightarrow k(L - L_۰) = mg \quad (۱)$

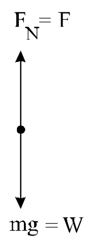
در شکل (پ) $\Rightarrow$ 

$\Rightarrow F'_e - mg = ma \Rightarrow k(L' - L_۰) = m(g + a) \quad (۲)$

$$(۲) - (۱) \Rightarrow (kL' - kL_۰) - (kL - kL_۰) = mg + ma - mg \Rightarrow k(L' - L) = ma$$

$$\xrightarrow[\text{شکل (ب) و (پ) مشخص است که } L'-L=h_1-h_2:]{\text{با کمی توجه به اشکال و مقایسه}} k(4cm)=2\times 2=4N \Rightarrow k=1\frac{N}{cm}$$

۷۴۶. گزینه ۴



نیروهایی که به شخص وارد می‌شود، مطابق شکل است:

(F_N همان عدد ترازو است.)

اگر جهت بالا را مثبت در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$F-W=ma \Rightarrow F=W+ma \begin{cases} a>0 \Rightarrow F>W & \text{حرکت تندشونده رو به بالا یا کندشونده رو به پایین} \\ a=0 \Rightarrow F=W & \text{حرکت با سرعت ثابت} \\ a<0 \Rightarrow F<W & \text{حرکت تندشونده رو به پایین یا کندشونده رو به بالا} \end{cases}$$

در نتیجه بسته به نوع حرکت آسانسوریا جهت شتاب آسانسور، هر سه گزینه می‌تواند صحیح باشند.

۷۴۷. گزینه ۱ در حالت تعادل به نیروی فنر با وزن جسم برابر است. بنابراین در ابتدا جرم جسم را می‌یابیم:

$$\Delta l = 190-160=30$$

$$F_{net}=0 \to F_{\text{فنر}}-mg=0$$

$$k\Delta l = mg \to 400\times 0.3 = m\times 10 \to m=12kg$$

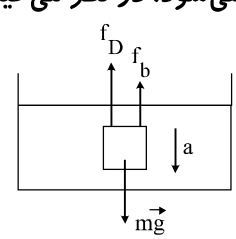
حال فرض می‌کنیم آسانسور با طول عادی با شتاب a رو به بالا شروع به حرکت کند تا وزنه به کف آسانسور برسد، خواهیم داشت:

$$\Delta\ell_2=\Delta\ell_1+9.5cm=30+9.5=39.5cm$$

$$F_{net}=ma \to F_{\text{فنر}}-mg=ma \to k\Delta\ell-mg=ma$$

$$400\times 39.5\times 10^{-2}-120=12a \to a=3.16\frac{m}{s^2}$$

۷۴۸. گزینه ۲ مطابق شکل، به جشم سه نیرو، یکی وزن و دیگری مجموعهٔ نیروهایی که از اطراف آب به جسم وارد می‌شود، در نظر می‌گیریم، با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:



$$a=\frac{60}{100}g=0.6g$$

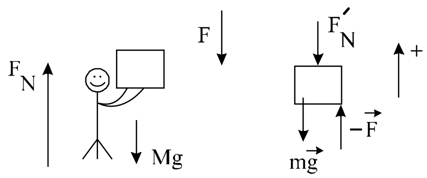
$$f_{net}=ma$$

$$mg-(f_b+f_D)=ma=0.6mg \to (f_b+f_d)=mg-0/6mg=0/4mg$$

$$8=0.4\times m\times 10 \to m=2kg$$

۷۴۹. گزینه ۲ ابتدا نیروهای وارد بر شخص و جرم را مشخص می‌کنیم:

به شخص سه نیرو وارد می‌شود ۱) نیروی عمودی سطح، ۲) نیروی وزن و ۳) نیرویی که جسم به آن وارد می‌کند. به جسم هم سه نیروی وزن و عمودی سطح و نیرویی که شخص به آن وارد می‌کند، وارد می‌شود و می‌دانیم عددی که ترازو نشان می‌دهد، برابر با اندازهٔ نیروی عمودی سطح است که به شخص وارد می‌شود.اگر جرم شخص را M و جرم جسم را m در نظر بگیریم:



(شخص) (جسم)

$$\begin{aligned} &\text{شخص}: F_N - Mg - F = Ma \\ &\text{جسم}: F - mg - F'_N = ma \end{aligned} \rightarrow \frac{F_N - Mg - F}{M} = \frac{F - mg - F'_N}{m}$$

$$\rightarrow \begin{cases} F_N = ۳۷۵N \\ M = ۳۰kg \\ g = ۱۰\dfrac{N}{kg} \\ F = ?\ ,\ m = ۰/۷۵kg \end{cases} \rightarrow \frac{۳۷۵ - ۳۰۰ - F}{۳۰} = \frac{F - ۷/۵ - ۲۶/۵}{۰/۷۵} \rightarrow ۳۰F - \cancel{۲۲۵} - ۷۹۵$$

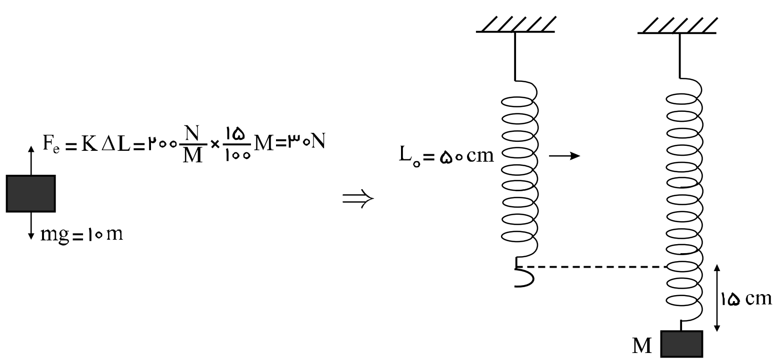
$$= ۲۸۱/۲۵ - \cancel{۲۲۵} - ۰/۷۵F$$

$$\rightarrow F = ۳۵N$$

۷۵۰. گزینه ۱

$$K = ۲۰۰\frac{N}{m}\ ,\ L_{\circ} = ۵۰cm$$

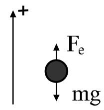
در حالت اول که وزنه ساکن است طول نهایی فنر $۶۵cm$ و میزان افزایش طول فنر $\Delta L = L - L_{\circ} = ۶۵ - ۵۰ = ۱۵cm$ است.



$$F_e = K\Delta L$$

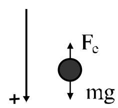
$$= ۲۰۰\frac{N}{m} \times \frac{۱۵}{۱۰۰}m = ۳۰N \Rightarrow ۳۰ = ۱۰m \Rightarrow m = ۳kg$$

اگر بخواهیم مطابق آنچه در فرض تست بیان شده است، طول فنر به $۶۰cm$ برسد، بایستی فنر نسبت به حالتی که وزنه و آسانسور ساکن است، فشرده‌تر شده باشد. یعنی یک جور حالت بی‌وزنی به وزنه می‌بایست دست داده باشد (نسبت به حالت سکون) برای این کار یا آسانسور می‌بایستی کندشونده به طرف بالا یا تندشونده به طرف پایین حرکت نموده باشد.

کندرو به بالا $\Rightarrow$  $\Rightarrow F_e - mg = ma \Rightarrow K\Delta L - mg = ma$

$$\Rightarrow ۲۰۰(\frac{۶}{۱۰} - \frac{۵}{۱۰}) - ۳ \times ۱۰ = ۳a \Rightarrow ۲۰ - ۳۰ = ۳a \Rightarrow a = -\frac{۱۰}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

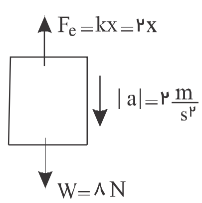
$\Rightarrow$ [$\frac{۱۰}{۳}$ متر برمجذور ثانیه رو به پایین (خلاف جهت(*))] (۱)

$or :\Rightarrow$  $\Rightarrow mg - F_e = ma \Rightarrow ۳۰ - ۲۰۰(\frac{۶}{۱۰} - \frac{۵}{۱۰}) = ma = ۳a \Rightarrow a = +\frac{۱۰}{۳}\frac{m}{s^۲}$

$\Rightarrow$ [$\frac{۱۰}{۳}$ متر برمجذور ثانیه رو به پایین (همجهت(**))] (۲)

جهت y رو به بالا است پس چه حالت (۱) یا حالت (۲) نتیجه می‌دهد: $(\vec{a} = -\frac{۱۰}{۳}\frac{m}{s^۲})$

۷۵۱. گزینه ۴



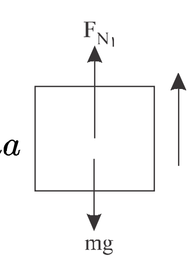
هنگامی که آسانسور در حال توقف است، حرکتش کندشونده است، یعنی شتاب و سرعتش در خلاف جهت یکدیگرند، در اینجا که آسانسور حرکت کندشونده رو به بالا دارد، پس شتابی رو به پایین خواهد داشت، بنابراین داریم:

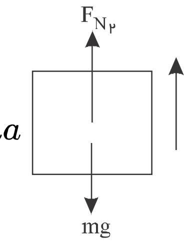
$$F_{net} = ma \to W - F_e = ma \to ۸ - ۲x = ۰/۸ \times ۲ \to x = ۳/۲cm$$

$$x = \Delta\ell = \ell - \ell_{\circ} \to ۳/۲ = \ell - ۲۰ \to \ell = ۲۳/۲cm$$

۷۵۲. گزینه ۳ می‌دانی که در شروع حرکت از حال سکون، حرکت تندشونده است. بنابراین در حالت اول شتاب رو به بالا و در حالت دوم شتاب رو به پایین است. در اینصورت داریم:

$$a_۱ = a \to F_{N_۱} - mg = ma_۱ \to F_{N_۱} = mg + ma_۱ = mg + ma$$

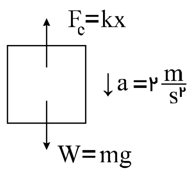




$$a_۲ = ۲a \to mg - F_{N_۲} = ma_۲ \to F_{N_۲} = mg - ma_۲ = mg - ۲ma$$

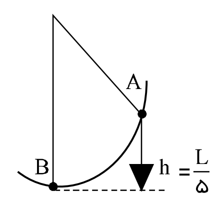
$$\to F_{N_۱} - F_{N_۲} = ۳ma \xrightarrow[m=۶۰kg]{F_{N_۱}-F_{N_۲}=۲۷۰} ۲۷۰ = ۳ \times ۶۰ \times a \to \frac{۳}{۲}\frac{m}{s^۲}$$

۷۵۳. گزینه ۳ با رسم نیروهای وارد بر وزنه، نیروی کشسانی و تغییر طول فنر نسبت به حالت عادی فنر را محاسبه می‌کنیم؛ سپس طول فنر را می‌یابیم.



$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - kx = ma$$
$$\Rightarrow ۳ \times ۱۰ - ۴۰۰x = ۳ \times ۲$$
$$\Rightarrow ۴۰۰x = ۲۴ \Rightarrow x = ۰/۰۶m = ۶cm$$
$$l_۲ = l_۱ + x \xrightarrow{l_۱=۴۲cm} l_۲ = ۴۲ + ۶ \Rightarrow l_۲ = ۴۸cm$$

۷۵۴. گزینه ۴ با توجه به قضیه کارو انرژی، می دانیم انرژی پتانسیل در نقطه A با انرژی جنبشی در نقطه B برابر است، بنابراین:



$$E_A = E_B \to mgh = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow v^۲ = ۲gh = ۲g \times \frac{L}{۵} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{۲gL}{۵}}$$

$$\vec{p} = m\vec{v} \Rightarrow p = m \times \sqrt{\frac{۲gL}{۵}} \Rightarrow p = \sqrt{\frac{۲gLM^۲}{۵}}$$

راه دوم: چون $K = \frac{p^۲}{۲m}$ است . بنابراین:

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow U = K \Rightarrow mg\frac{L}{۵} = \frac{p^۲}{۲M} \Rightarrow p = \sqrt{\frac{۲M^۲gL}{۵}}$$

۷۵۵. گزینه ۳

با توجه به مفهوم ضربه (نیرو) و تغییرات سرعت داریم:

$$|\vec{F}| \cdot \Delta t = m|\overrightarrow{\Delta v}| \Rightarrow ۳ \times ۴ = ۲(v - ۵) \Rightarrow v - ۵ = ۶ \Rightarrow v = ۱۱\frac{m}{s}$$

$$|\overrightarrow{p_۲}| = m|\vec{v}| \Rightarrow |\overrightarrow{P_۲}| = ۲ \times ۱۱ = ۲۲\frac{kg \cdot m}{s}$$

۷۵۶. گزینه ۲ باتوجه به رابطه‌ی $p = mv$ اندازه‌ی سرعت جسم را در لحظه‌ی اول و آخر بازه‌ی زمانی بدست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t_1 = 0 \ : \ p_1 = mv_1 \Rightarrow 300 = 5v_1 \Rightarrow v_1 = 60\dfrac{m}{s} \\ t_2 = 10 \ : \ p_2 = mv_2 \Rightarrow 500 = 5v_2 \Rightarrow v_2 = 100\dfrac{m}{s} \end{cases}$$

حال به کمک رابطه‌ی سرعت – زمان، شتاب حرکت جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$v_2 = at + v_1 \Rightarrow 100 = a \times 10 + 60 \Rightarrow a = 4\frac{m}{s^2}$$

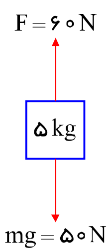
روش دوم: باتوجه به رابطه‌ی تغییرات تکانه و نیروی وارد بر جسم داریم:

$$\Delta p = F \cdot \Delta t \Rightarrow F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{500 - 300}{10} = 20N$$

و بنابر قانون دوم نیوتن می‌توان گفت:

$$F = ma \Rightarrow 20 = 5a \Rightarrow a = 4\frac{m}{s^2}$$

۷۵۷. گزینه ۳



ابتدا شتاب حرکت جسم را با استفاده از قانون دوم نیوتن محاسبه می‌کنیم:

$$\sum F = ma \Rightarrow F - mg = ma \Rightarrow 60 - 50 = 5a \Rightarrow a = 2\frac{m}{s^2}$$

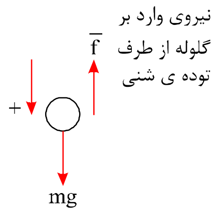
اکنون سرعت حرکت جسم را در لحظه‌ی $t = 5s$ به‌دست می‌آوریم:

$$v_2 = at + v_0 \xrightarrow{t=5s} v_2 = 2 \times 5 + 0 \Rightarrow v_2 = 10\frac{m}{s} \quad (p = mv \Rightarrow p = 5 \times 10 = 50\frac{kg \cdot m}{s})$$

۷۵۸. گزینه ۱ ابتدا سرعت گلوله در لحظه‌ی برخورد با توده‌ی شنی را به دست می‌آوریم. مطابق رابطه مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت و با فرض کردن جهت مثبت حرکت به سمت پایین، داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2g\Delta y \xrightarrow[g=10\frac{m}{s^2}]{v_0=15\frac{m}{s}\ ,\ \Delta y=20m} v^2 - 15^2 = 2 \times 10 \times 20$$

$$\Rightarrow v^2 = 625 \Rightarrow v = 25\frac{m}{s}$$



حین حرکت گلوله در توده‌ی شنی، دو نیروی وزن گلوله به سمت پایین و نیرویی که از طرف توده‌ی شنی به گلوله به سمت بالا وارد می‌شود، بر گلوله اثر می‌کنند.

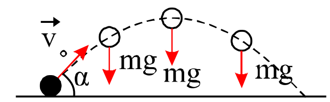
باتوجه به رابطه‌ی نیرو و تغییرات تکانه داریم: (جهت مثبت حرکت را به سمت پایین در نظر می گیریم)

$$\overrightarrow{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow -\bar{f} + mg = \frac{m(v_۲ - v_۱)}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow[m=۲۰۰g=۰٫۲kg\ ,\ \Delta t=۰٫۱s]{v_۲=۰\ ,\ v_۱=۲۵\frac{m}{s}} -\bar{f} + ۰٫۲ \times ۱۰ = \frac{۰٫۲ \times (۰ - ۲۵)}{۰٫۱} \Rightarrow \bar{f} = ۵۲N$$

۷۵۹. گزینه ۳ آهنگ تغییر اندازه‌ی حرکت یک جسم نسبت به زمان برابر با برایند نیروهای خارجی وارد بر جسم است.

$$\Delta \vec{p} = \vec{F}.\Delta t$$



از آن جایی که در حرکت پرتابی تنها نیروی وارد بر پرتابه نیروی وزن آن است با در نظر گرفتن جهت مثبت محور y به سمت بالا داریم:

$$\Delta \vec{p} = \vec{F}\Delta t \xrightarrow{F=mg} \Delta \vec{p} = -mg(t_۲ - t_۱) = -۰٫۲ \times ۱۰(۶ - ۳) = -۶\frac{kg.m}{s}$$

$$\left|\Delta \vec{p}\right| = ۶\frac{kg.m}{s}$$

نکته: تغییر اندازه‌ی حرکت پرتابه‌ی مستقل از سرعت اولیه و زاویه‌ی پرتاب است.

۷۶۰. گزینه ۳

$$\begin{cases} v_۱ = v \\ v_۲ = -\frac{۱}{۳}v \end{cases} \Rightarrow \Delta v = v_۲ - v_۱ = -\frac{۱}{۳}v - v = -\frac{۴}{۳}v$$

$$\Delta p = m\Delta v \Rightarrow \Delta p = -\frac{۴}{۳}mv \xrightarrow{p_۱=mv} \Delta p = -\frac{۴}{۳}p_۱ = -\frac{۴}{۳} \times ۲۴ = -۳۲\frac{kg \cdot m}{s}$$

$$\left|\vec{F}\right| = \frac{|\Delta p|}{\Delta t} \Rightarrow \left|\vec{F}\right| = \frac{۳۲}{۲} = ۱۶N$$

۷۶۱. گزینه ۴ شیب نمودار تکانه - زمان برابر با نیروی برآیند وارد بر جسم است، داریم:

$$\left|\vec{F}_{\text{برایند}}\right| = \frac{\Delta p}{\Delta t} \xrightarrow[p_۱=۰\ ,\ t_۱=۰s]{p_۲=۱۶\frac{kg\cdot m}{s}\ ,\ t_۲=۸s} \left|\vec{F}_{\text{برایند}}\right| = \frac{۱۶ - (۰)}{۸ - ۰} = ۲N$$

$$F_{\text{برایند}} = F - f_k \xrightarrow[F_{\text{برایند}}=۲N]{f_k=\mu_k mg=۰٫۲\times۲٫۵\times۱۰=۵N} F = F_{\text{برایند}} + f_k = ۲ + ۵ \Rightarrow F = ۷N$$

۷۶۲. گزینه ۴ ۱) نادرست است زیرا اگر جسم با سرعت ثابت حرکت کند تکانهٔ آن صفر نیست ولی برآیند نیروهای

وارد بر آن صفر است.

۲) نادرست است زیرا در حرکت دایره ای برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر نیست بلکه برابر نیروی مرکز گراست.

۳) نادرست است. در حرکت دایره‌ای برآیند نیروها صفر نیست ولی اندازهٔ سرعت ثابت می‌ماند.

۴) درست است. در حرکت تندشونده بردارهای سرعت و شتاب هم‌جهت می‌باشند از طرفی نیرو شتاب نیز همواره هم‌جهت‌اند پس سرعت و نیرو نیز هم‌جهت می‌باشند.

۷۶۳. گزینه ۴ با استفاده از قانون دوم نیوتون، داریم:

$$F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t}\Rightarrow ma=\frac{p_۲-p_۱}{\Delta t}\Rightarrow ۶\times ۰/۵=\frac{۱۲-۰}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=۴s$$

۷۶۴. گزینه ۲ ابتدا سرعت گلوله در لحظهٔ برخورد به زمین را به‌دست می‌آوریم:

$$v^۲-v_۰^۲=-۲gh\xrightarrow[h=۴۵]{v_۰=۰}v^۲=-۲\times ۱۰\times(-۴۵)\Rightarrow v=۳۰\frac{m}{s}$$

برای محاسبهٔ بزرگی نیروی متوسطی که به گلوله وارد می‌شود تا متوقف شود از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم.

$$F_{av}=m\bar{a}=m\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow F_{av}=m\frac{(v_۲-v_۱)}{\Delta t}\Rightarrow F_{av}=m(\frac{۰-(-۳۰)}{۰/۳})$$

$$\Rightarrow F_{av}=۱۰۰m\xrightarrow{g=۱۰}F=۱۰mg$$

۷۶۵. گزینه ۱ باتوجه به رابطه $\vec{F}_{av}=\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$، ابتدا اندازه‌ی تغییرات تکانه را محاسبه می‌کنیم:

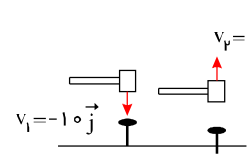
$$|\Delta p|=|F|\times\Delta t\Rightarrow|\Delta p|=۴\times ۳=۱۲\frac{kg\cdot m}{s}$$

چون نیرو در خلاف جهت حرکت وارد شده است پس $\Delta p=-۱۲\frac{kg\cdot m}{s}$ است:

$$p_۱=mv_۱=۳\times ۵=۱۵\frac{kg\cdot m}{s}$$

$$\Delta p=p_۲-p_۱\Rightarrow -۱۲=p_۲-۱۵\Rightarrow p_۲=۳\frac{kg\cdot m}{s}$$

۷۶۶. گزینه ۱ تغییر تکانه‌ی چکش برابر است با:



$$\Delta\vec{p}=m\Delta\vec{v}=m(\vec{v}_۲-\vec{v}_۱)=۴(۵\vec{j}-(-۱۰\vec{j}))=۴\times ۱۵\vec{j}$$

$$\Rightarrow\Delta\vec{p}=۶۰\vec{j}\,(\frac{kg.m}{s})$$

$$F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t}\Rightarrow ۶۰۰۰=\frac{۶۰}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow\Delta t=\frac{۶۰}{۶۰۰۰}=۰/۰۱s$$

۷۶۷. گزینه ۴ با توجه به قانون دوم نیوتون برحسب تکانه برای نیروی ثابت، داریم:

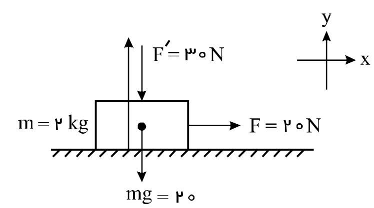
$$\vec{F}_{net} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta\vec{p} = \vec{F}_{net}\Delta t \Rightarrow \Delta p = -۵ \times ۲ \Rightarrow \Delta p = -۱۰\ kg \cdot m/s$$

$$\Rightarrow p_۲ - p_۱ = -۱۰ \Rightarrow p_۲ - ۴ \times ۱۰ = -۱۰ \Rightarrow p_۲ = ۳۰\ kg \cdot m/s$$

۷۶۸. گزینه ۱

$$\Delta p = F_{net} \times \Delta t$$

در مورد حرکت جسم مطلبی بیان نشده است. بنابراین ابتدا بررسی می‌کنیم جسم حرکت می‌کند یا خیر! در صورت حرکت داشتن F_{net} را محاسبه کرده و ...



$$\rightarrow (F_{net})_y = ma_y = ۰ \rightarrow F_N = F' + mg = ۵۰N$$

$$\rightarrow (f_s)_{max} = \mu_s F_N = ۰/۵ \times ۵۰N = ۲۵N$$

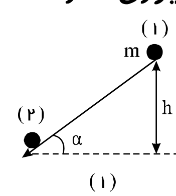
$F = ۲۰N < ۲۵N \Rightarrow$ بنابراین جسم ساکن بوده

درنتیجه:

$$\vec{v} = ۰ \rightarrow \vec{v}_۲ = \vec{v}_۱ = ۰ \rightarrow \Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v} = ۰$$

۷۶۹. گزینه ۲ یک گلوله به جرم m را که از ارتفاع h رها شده در نظر می‌گیریم.

نیروی مقاومت هوا و نیروی اصطکاک ناچیز است:



$$E_۲ = E_۱ \rightarrow U_۲ + K_۲ = U_۱ + K_۱$$

مبنای پتانسیل گرانشی را سطح افقی زمین در نظر می‌گیریم:

$$K_۲ = U_۱ \rightarrow K_۲ = mgh \rightarrow K_۲ \propto m, h$$

هر سه گلوله h یکسان ولی m متفاوت دارند پس انرژی جنبشی آنها با هم متفاوت است.

در مورد سرعت:

$$K = \frac{۱}{۲}\cancel{m}\, v^۲ = \cancel{m}\, gh \rightarrow v = \sqrt{۲gh} \rightarrow v \propto \sqrt{h}$$

چون h یکسان است بنابراین v نیز یکسان است.

از نظر تکانه:

$$p = mv = m\sqrt{۲gh} \xrightarrow[m_۳=m_۱<m_۲]{h_۳=h_۲=h_۱} p_۲ > p_۱ = p_۳$$

فقط گلوله‌های رسم شده در شکل‌های (۱) و (۳)، دارای تکانهٔ یکسان هنگام رسیدن به سطح زمین هستند.

۷۷۰. گزینه ۳ ابتدا معادلهٔ سرعت - زمان را به کمک نمودار سرعت - زمان می‌نویسیم:

$$\left.\begin{array}{l} \text{شیب خط} = \dfrac{۰-(-۱۰)}{۲} = \dfrac{۱۰}{۲} = ۵\dfrac{m}{s^۲} \\ \text{عرض از مبدأ} = -۱۰\dfrac{m}{s} \end{array}\right\} v = ۵t - ۱۰$$

حال سرعت متحرک را در ابتدا و انتهای بازهٔ زمانی دو ثانیهٔ دوم (یعنی $t_۱ = ۲s$ و $t_۲ = ۴s$) محاسبه می‌کنیم.

$$t_۱ = ۲s \rightarrow v_۱ = ۵ \times ۲ - ۱۰ = ۰$$

$$t_۲ = ۴s \rightarrow v_۲ = ۵ \times ۴ - ۱۰ = ۱۰\frac{m}{s}$$

$$\Delta p = m\Delta v = ۴ \times ۱۰ = ۴۰\frac{kg \cdot m}{s}$$

۷۷۱. گزینه ۴ با استفاده از رابطهٔ تکانه و نیرو، تکانهٔ جسم را در لحظهٔ $t = ۱s$ به دست می‌آوریم:

$$|F_{net}| = |\frac{\Delta p}{\Delta t}| \xrightarrow[p_۲=-\frac{p}{۲}, p_۱=p]{F_{net}=۱۲N, t_۲=۳s, t_۱=۱s} ۱۲ = |\frac{-\frac{p}{۲} - p}{۳-۱}| \Rightarrow ۲۴ = \frac{۳|p|}{۲}$$

$$\Rightarrow p = ۱۶\frac{kg \cdot m}{s} \Rightarrow p_{t=۳s} = -\frac{p}{۲} = -۸\frac{kg \cdot m}{s}$$

با توجه به اینکه بردار تکانه در لحظات $t = ۱s$ و $t = ۳s$ خلاف جهت یکدیگر است و از طرفی جسم با شتاب ثابت در حال حرکت است. بنابراین نتیجه می‌گیریم که در لحظه $t = ۳s$ بردار سرعت و نیرو با یکدیگر هم‌جهت هستند.

$$|F_{net}| = |\frac{\Delta p}{\Delta t}| \Rightarrow ۱۲ = |\frac{p_{t=۵s} - p_{t=۳s}}{۵-۳}|$$

$$\xrightarrow{p(t=۳s)=-۸\frac{kg\cdot m}{s}} ۱۲ \times ۲ = |p_{t=۵s} + ۸| \Rightarrow p_{t=۵s} = -۲۴ - ۸ = -۳۲\frac{kg \cdot m}{s}$$

۷۷۲. گزینه ۲ طبق رابطهٔ اندازهٔ تکانه $(P = mv)$ داریم:

$$\frac{P_۲}{P_۱} = \frac{mv_۲}{mv_۱} \Rightarrow \frac{P_۲}{P_۱} = \frac{v_۲}{v_۱} \Rightarrow \frac{۴۴}{۴۰} = \frac{v_۲}{v_۱} \Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = \frac{۱۱}{۱۰}$$

$$\text{درصد افزایش تندی جسم} = \frac{v_۲ - v_۱}{v_۱} \times ۱۰۰ = (\frac{۱۱}{۱۰} - ۱) \times ۱۰۰ = ۱۰\%$$

بنابراین تندی جسم ۱۰ درصد افزایش می‌یابد.

۷۷۳. گزینه ۳ مطابق رابطهٔ شتاب متوسط در حرکت بر خط راست، داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{aav=۰} \Delta v = ۰ \xrightarrow{\Delta p = m\Delta v} \Delta p = ۰$$

۷۷۴. گزینه ۱ اندازهٔ نیروی وارد بر رانندهٔ اتومبیل بدون کیسهٔ هوا:

$$F_{av_۱} = \frac{|\Delta p_۱|}{\Delta t_۱} = \frac{m|\Delta v|}{\Delta t_۱} = \frac{۸۰ \times |(۰ - ۳۰)|}{۰/۲} = ۱۲۰۰۰N$$

اندازهٔ نیروی خالص متوسط وارد بر رانندهٔ اتومبیل با کیسهٔ هوا:

$$F_{av_۲} = \frac{|\Delta p_۲|}{\Delta t_۲} = \frac{m|\Delta v|}{\Delta t_۲} = \frac{۸۰ \times |(۰ - ۳۰)|}{(۰/۲ + ۰/۶)} = ۳۰۰۰N$$

$$F_{av_۲} - F_{av_۱} = ۳۰۰۰ - ۱۲۰۰۰ = -۹۰۰۰N$$

یعنی وجود کیسهٔ هوا باعث شده است که اندازهٔ نیروی وارد بر راننده در حین برخورد، $۹۰۰۰N$ کاهش یابد.

۷۷۵. گزینه ۴ ابتدا معادلهٔ سرعت - زمان دو متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$a_۱ = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۲۳ - ۱۵}{۴ - ۰} = ۲\frac{m}{s^۲} \ , \ v_{۰۱} = ۱۵\frac{m}{s}$$

$$v_۱ = ۲t + ۱۵$$

$$a_۲ = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۲۳ - ۳}{۴} = ۵\frac{m}{s^۲} \ , \ v_{۰۲} = ۳\frac{m}{s}$$

$$v_۲ = ۵t + ۳$$

با استفاده از تعریف تکانه، لحظه‌ای که اندازهٔ تکانهٔ دو متحرک برابر می‌شود را می‌یابیم:

$$p_۱ = p_۲ \Rightarrow m_۱ v_۱ = m_۲ v_۲ \xrightarrow[m_۲=۱kg \ , \ v_۲=۵t+۳]{m_۱=۲kg \ , \ v_۱=۲t+۱۵} ۲(۲t + ۱۵) = ۱(۵t + ۳)$$

$$۴t + ۳۰ = ۵t + ۳ \Rightarrow t = ۲۷s$$

۷۷۶. گزینه ۳ ابتدا بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی را محاسبه می‌کنیم:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s F = ۰/۵ \times ۴۰ = ۲۰N$$

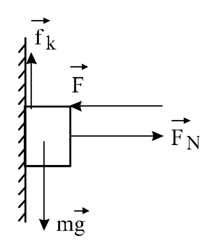
چون $W = mg = ۲ \times ۱۰ = ۲۰N$ است، پس در این حالت جسم در آستانهٔ حرکت قرار دارد. اگر نیروی F، $۱۰N$ کاهش یابد، به $۳۰N$ می‌رسد.

$$f'_{s,max} = \mu_s F'_N = \mu_s F' = ۰/۵ \times ۳۰ = ۱۵N < W = mg = ۲۰N$$

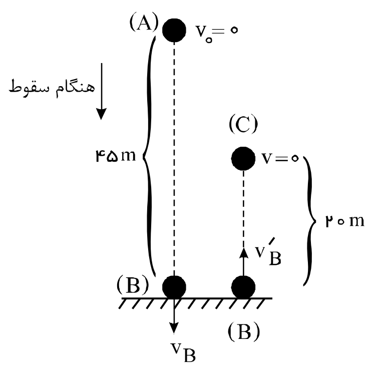
یعنی جسم شروع به حرکت می‌کند که در این حالت، با استفاده از قانون دوم نیوتن، داریم:

$$F_{net} = mg - f_k = mg - \mu_k F_N \Rightarrow F_{net} = ۲ \times ۱۰ - ۰/۲ \times ۳۰ = ۱۴N$$

$$\Delta p = F_{net} \ \Delta t = ۱۴ \times ۵ = ۷۰\frac{kgm}{s}$$



۷۷۷. گزینه ۴



– ابتدا باید سرعت گلوله را در لحظهٔ برخورد با سطح زمین و لحظهٔ جدا شدن از سطح زمین بیابیم.

– شرایط خلاء درنظر گرفته شده است. چون ارتفاع بازگشت (صعود) کمتر از ارتفاع سقوط است، لاجرم هنگام برخورد با سطح زمین مقداری از انرژی جسم تلف شده است.

– جهت رو به پایین را مثبت می‌گیریم. (گرچه تفاوتی نمی‌کند.)

– پایستگی انرژی را از (A) تا (B) و نیز از (B) تا (C) می‌نویسیم:

$$A \to B : E_{(B)} = E_{(A)} \Rightarrow \frac{۱}{۲} m v_B^۲ = mgh_A \to v_B^۲ = ۲gh_A = ۲۰ \times ۴۵ = ۹۰۰$$

$$\Rightarrow v_B = \pm ۳۰ \frac{m}{s} \xrightarrow[\text{را مثبت درنظر گرفته‌ایم}]{\text{چون جهت رو به پایین}} v_B = +۳۰ \frac{m}{s}$$

$$B \to C : E_{(B)} = E_{(C)} \Rightarrow \frac{۱}{۲} \cancel{m}\, v_B'^۲ = \cancel{m}\, gh_C \Rightarrow v_B'^۲ = ۲gh_C = ۴۰۰ \Rightarrow v'_B = \pm ۲۰ \frac{m}{s}$$

$$\xrightarrow[\text{فرض شده بود}]{\text{چون جهت مثبت رو به پایین}} v'_B = -۲۰ \frac{m}{s}$$

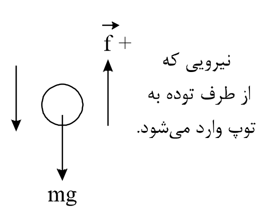
– نیروی خالص وارد بر گلوله:

$$F_{net} = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۲۰}{۱۰} \frac{(-۲۰ - (+۳۰))}{۲ \times ۱۰^{-۳}} = -۵۰۰۰ N$$

علامت منفی به مفهوم این است که جهت F_{net} رو به بالاست. (در امتداد قائم)

$$\Rightarrow | F_{net} | = ۵۰۰۰ N$$

۷۷۸. گزینه ۲ سرعت توپ را در لحظهٔ برخورد با توده شنی به‌دست می‌آوریم،سپس با توجه به زمان حرکت توپ در تودهٔ شن و معلوم بودن تغییر سرعت آن، نیرویی که از طرف شن به آن وارد می‌شود را محاسبه می‌کنیم.



$$v^۲ - v_\circ^۲ = ۲g\Delta y \to \begin{cases} v_\circ = ۱۰ \frac{m}{s} \\ \Delta y = ۴۰ m \end{cases}$$

$$v^۲ - ۱۰۰ = ۲ \times ۱۰ \times ۴۰ \to v^۲ = ۹۰۰ \to v = ۳۰ \frac{m}{s}$$

$$\vec{F}=\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}\to -f+mg=\frac{m(v_۲-v_۱)}{\Delta t}\to\begin{cases}v_۲=۰\\ v_۱=۳۰\dfrac{m}{s}\\ m=۴۰۰g=۰/۴kg\\ \Delta t=۰/۲s\end{cases}$$

$$\Rightarrow -f+۰/۴\times ۱۰=\frac{۰/۴(۰-۳۰)}{۰/۲}\to -f=-۶۰-۴\to f=۶۴N$$

۷۷۹. گزینه ۲ در ابتدا تغییر تکانهٔ جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta p=p_۲-p_۱\xrightarrow{p_۲=۲p_۱}\Delta p=۲p_۱-p_۱\to\Delta p=p_۱$$

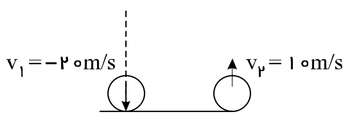
از طرفی با توجه به رابطهٔ بین قانون دوم نیوتون و تغییر تکانه داریم:

$$\Delta p=F_{net}\cdot\Delta t\xrightarrow{\Delta p=p_۱}p_۱=F_{net}\cdot\Delta t\xrightarrow{p_۱=mv_۱}\to mv_۱=F_{net}\cdot\Delta t\xrightarrow[F_{net}=۴N]{m=۲۰kg,v_۱=۵\frac{m}{s}}$$

$$۲۰\times ۵=۴\Delta t\to\Delta t=۲۵s$$

۷۸۰. گزینه ۴

برای تعیین بزرگی نیروی متوسط وارد بر گلوله، باید بزرگی شتاب متوسط آن را بیابیم، به همین دلیل باید بزرگی تغییر سرعت گلوله را محاسبه کنیم. در اینجا اگر جهت رو به پایین را منفی در نظر بگیریم، داریم:



$$|v_۱|=\sqrt{۲gh}\xrightarrow[g=۱۰\frac{m}{s^۲}]{h=۲۰m}|v_۱|=\sqrt{۲\times ۱۰\times ۲۰}\Rightarrow |v_۱|=۲۰\frac{m}{s}$$

$$\Delta v=v_۲-v_۱=۱۰-(-۲۰)\Rightarrow\Delta v=۳۰\frac{m}{s}$$

و برای تعیین بزرگی شتاب متوسط داریم:

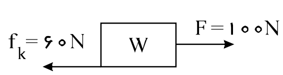
$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=۰/۲s]{\Delta v=۳۰\frac{m}{s}}a_{av}=\frac{۳۰}{۰/۲}\Rightarrow a_{av}=۱۵۰\frac{m}{s^۲}$$

و در نهایت برای تعیین بزرگی نیروی متوسط داریم:

$$F_{av}=ma_{av}=۰/۲\times ۱۵۰\Rightarrow F_{av}=۳۰N$$

۷۸۱. گزینه ۲

با توجه به رابطهٔ بین تکانه و قانون دوم نیوتون داریم:



$$\overrightarrow{F_{net}}=m\vec{a}=\frac{m\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\Rightarrow\Delta\vec{P}=\overrightarrow{F_{net}}\cdot\Delta t\xrightarrow{F_{net}=F-f_k}\Delta P=(F-f_k)\Delta t$$

$$\xrightarrow[f_k=۶۰N]{F=۱۰۰N,\Delta t=۱s} \Delta P = (۱۰۰ - ۶۰) \times ۱ \Rightarrow \Delta P = ۴۰kg\frac{m}{s}$$

۷۸۲. گزینه ۲ ابتدا دورهٔ گردش و بزرگی سرعت گلوله را محاسبه می‌کنیم.

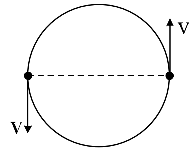
$$T = \frac{t}{N} \xrightarrow[N=۱]{t=۱/۵۷s} T = ۱/۵۷s$$

$$v = \frac{۲\pi r}{T} = \frac{۲ \times ۳/۱۴ \times ۲}{۱/۵۷} \Rightarrow v = ۸\frac{m}{s}$$

حال برای تعیین شتاب مرکزگرای گلوله داریم:

$$a = \frac{v^۲}{r} = \frac{(۸)^۲}{۲} \Rightarrow a = ۳۲\frac{m}{s^۲}$$

از طرفی می‌دانیم که در مدت نیم‌دوره، بردار سرعت به اندازهٔ ۱۸۰° تغییر جهت می‌دهد؛ بنابراین برای این گلوله داریم:



$$\Delta\vec{p} = m(\Delta\vec{v}) = m(\vec{v} - (-\vec{v}))$$
$$\Rightarrow \Delta\vec{p} = ۲m\vec{v}$$
$$\Rightarrow \Delta p = ۲ \times \frac{۵۰}{۱۰۰۰} \times ۸$$
$$\Rightarrow \Delta p = ۰/۸kg\frac{m}{s}$$

۷۸۳. گزینه ۴

$$p_k = p_o \Rightarrow m_k v_k = m_o v_o \Rightarrow ۵m_o v_k = m_o v_o \Rightarrow v_o = ۵v_k$$

$$\frac{K_k}{K_o} = \frac{m_k}{m_o} \times (\frac{v_k}{v_o})^۲ = ۵ \times (\frac{۱}{۵})^۲ = \frac{۱}{۵}$$

روش دوم:

$$K = \frac{p^۲}{۲m} \xrightarrow{P_T=P_S} \frac{K_T}{K_A} = \frac{m_A}{m_T} = \frac{۱}{۵}$$

۷۸۴. گزینه ۳

$$p_A = p_B \Rightarrow m_A v_A = m_B v_B \Rightarrow ۲m_B v_A = m_B v_B \Rightarrow v_B = ۲v_A$$

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{\frac{۱}{۲}m_A {v^۲}_A}{\frac{۱}{۲}m_B {v^۲}_B} = \frac{(۲m_B)\,{v^۲}_A}{m_B(۲v_A)^۲} = \frac{۲v_A^۲}{۴v_A^۲} = \frac{۱}{۲}$$

روش دوم:

$$K = \frac{p^۲}{۲m} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = (\frac{m_B}{m_A}) \times (\frac{p_A}{p_B})^۲ \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = (\frac{m_B}{۲m_B}) \times ۱ = \frac{۱}{۲}$$

۷۸۵. گزینه ۲ انرژی جنبشی جسم در حالت دوم ۹ برابر شده است، با توجه به رابطهٔ $K=\frac{۱}{۲}mv^{۲}$ به سادگی می توان نتیجه گرفت که سرعت جسم در حالت دوم ۳ برابر شده و به $۳۰\frac{m}{s}$ رسیده است (چرا؟).

$$m=۴kg\ ,\ v_{۱}=۱۰\frac{m}{s},\ v_{۲}=۳v_{۱}=۳۰\frac{m}{s}\Rightarrow p_{۲}-p_{۱}=?$$

تکانه در دو حالت: $\begin{cases}p_{۱}=mv_{۱}=۴\times ۱۰=۴۰\frac{kgm}{s}\\ p_{۲}=mv_{۲}=۴\times ۳۰=۱۲۰\frac{kgm}{s}\end{cases}\Rightarrow p_{۲}-p_{۱}=۸۰\frac{kgm}{s}$

۷۸۶. گزینه ۴ روش اول: در صورتی که سرعت دونده را برابر v و سرعت گلوله را برابر v' در نظر بگیریم، داریم:

جرم دونده: $m=۴۰kg$ ، جرم گلوله: $m'=۱۰۰g=۰/۱kg\ ,\ K=K'\Rightarrow \frac{p}{p'}=?$

انرژی جنبشی: $K=\frac{۱}{۲}mv^{۲}\xrightarrow{K=K'}\frac{۱}{۲}mv^{۲}=\frac{۱}{۲}m'v'^{۲}$

$$\Rightarrow (\frac{v}{v'})^{۲}=\frac{m'}{m}=\frac{۰/۱}{۴۰}=\frac{۱}{۴۰۰}\Rightarrow \frac{v}{v'}=\frac{۱}{۲۰}$$

تکانه: $p=mv\Rightarrow \frac{p}{p'}=\frac{m}{m'}\times\frac{v}{v'}=\frac{۴۰}{۰/۱}\times\frac{۱}{۲۰}=۲۰$

با کمک رابطه‌ی بین انرژی جنبشی و تکانه داریم:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^{۲}\xrightarrow{p=mv}K=\frac{۱}{۲}m(\frac{p}{m})^{۲}=\frac{p^{۲}}{۲m}$$

$$\frac{K}{K'}=(\frac{p}{p'})^{۲}\times(\frac{m'}{m})\xrightarrow{K=K'}۱=(\frac{p}{p'})^{۲}\times(\frac{۰/۱}{۴۰})\Rightarrow(\frac{p}{p'})^{۲}=۴۰۰\Rightarrow\frac{p}{p'}=۲۰$$

۷۸۷. گزینه ۳ با کاهش ۷۵ درصدی انرژی جنبشی، ۲۵ درصد از انرژی جنبشی باقی مانده، یعنی انرژی جنبش $\frac{۱}{۴}$ برابر شده، پس تندی آن نصف شده یعنی، ۵۰ درصد کاهش یافته، به عبارتی:

$$K_{۲}=K_{۱}-\frac{۷۵}{۱۰۰}K_{۱}=K_{۱}-\frac{۳}{۴}K_{۱}\Rightarrow K_{۲}=\frac{۱}{۴}K_{۱}$$

$$K=\frac{۱}{۲}mv^{۲}\Rightarrow\frac{K_{۲}}{K_{۱}}=(\frac{v_{۲}}{v_{۱}})^{۲}\Rightarrow\frac{۱}{۴}=(\frac{v_{۲}}{v_{۱}})^{۲}\Rightarrow\frac{v_{۲}}{v_{۱}}=\frac{۱}{۲}$$

$$p=mv\Rightarrow\frac{p_{۲}}{p_{۱}}=\frac{v_{۲}}{v_{۱}}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow p_{۲}=\frac{۱}{۲}p_{۱}=\frac{۵۰}{۱۰۰}p_{۱}$$

روش دوم:

با توجه رابطه K و p داریم:

$$\left.\begin{aligned} &K=\frac{p^{۲}}{۲M}\\ &K_{۲}=K_{۱}-\frac{۳}{۴}K_{۱}=\frac{۱}{۴}K_{۱}\\ &m_{۱}=m_{۲}\end{aligned}\right\}\Rightarrow \frac{K_{۲}}{K_{۱}}=(\frac{p_{۲}}{p_{۱}})^{۲}\times\frac{m_{۱}}{m_{۲}}\Rightarrow\frac{\frac{۱}{۴}K_{۱}}{K_{۱}}=(\frac{p_{۲}}{p_{۱}})^{۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۲}=\frac{p_{۲}}{p_{۱}}\Rightarrow p_{۲}=\frac{۱}{۲}p_{۱}=\frac{۵۰}{۱۰۰}p_{۱}$$

۷۸۸. گزینه ۴ با استفاده از رابطه‌ی بین اندازه‌ی تکانه و انرژی جنبشی یک جسم، خواهیم داشت:

$$K=\frac{mv^{۲}}{۲}=\frac{m^{۲}v^{۲}}{۲m}=\frac{p^{۲}}{۲m}\Rightarrow\frac{K_{۲}}{K_{۱}}=(\frac{p_{۲}}{p_{۱}})^{۲}$$

$$\Rightarrow\frac{K_{۲}}{K_{۱}}=(\frac{p_{۱}+۰/۲p_{۱}}{p_{۱}})^{۲}=(\frac{۱/۲p_{۱}}{p_{۱}})^{۲}=۱/۴۴\Rightarrow K_{۲}=۱/۴۴K_{۱}$$

درصد تغییر انرژی جنبشی$=\dfrac{\Delta K}{K_{۱}}\times ۱۰۰=\dfrac{K_{۲}-K_{۱}}{K_{۱}}\times ۱۰۰=+۴۴\%$

۷۸۹. گزینه ۳ K باید برحسب ژول باشد.پس بصورت زیر عمل می‌کنیم:

$$K=\frac{p^{۲}}{۲m}\Rightarrow ۱/۸\times ۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}=\frac{p^{۲}}{۲\times ۹\times ۱۰^{-۳۱}}$$

$$p^{۲}=۱۸\times ۱۰^{-۳۱}\times ۱۸\times ۱۰^{-۲۰}\times ۱۶\times ۱۰^{-۱}=۱۸^{۲}\times ۱۶\times ۱۰^{-۵۲}$$

$$p=۱۸\times ۴\times ۱۰^{-۲۶}\Rightarrow p=۷۲\times ۱۰^{-۲۶}=۷/۲\times ۱۰^{-۲۵}kg\frac{m}{s}$$

۷۹۰ . گزینه ۴

$$K=\frac{۱}{۲}mv^{۲}$$

$$K_{۱}=K$$

$$K_{۲}=۰/۸۱K\Rightarrow\frac{۰/۸۱K}{K}=(\frac{v_{۲}}{v_{۱}})^{۲}$$

$$v_{۱}=۷۲km/h=۲۰m/s$$

$$\Rightarrow\frac{۸۱}{۱۰۰}=(\frac{v_{۲}}{۲۰})^{۲}\Rightarrow v_{۲}=\frac{۹}{۱۰}\times ۲۰=۱۸m/s$$

$$\left.\begin{aligned}&p_{۱}=mv_{۱}=۲\times ۲۰=۴۰kg\cdot m/s\\ &p_{۲}=mv_{۲}=۲\times ۱۸=۳۶kg\cdot m/s\end{aligned}\right\}\Rightarrow\Delta p=p_{۲}-p_{۱}=۳۶-۴۰=-۴kg\cdot m/s$$

۷۹۱. گزینه ۴

$$K=\frac{p^{۲}}{۲m}\to\frac{K_B}{K_A}=(\frac{p_B}{p_A})^{۲}(\frac{m_A}{m_B})\to ۵=(۱)(\frac{m_A}{m_B})\to\frac{m_A}{m_B}=۵$$

۷۹۲. گزینه ۱

انرژی جنبشی با مجذور تکانهٔ متناسب و با جرم جسم نسبت عکس دارد. یعنی:

$$\begin{cases} m_B=\frac{۵}{۸}m_A \\ p_A=\frac{۴}{۳}p_B\end{cases}\xrightarrow{k=\frac{p^{۲}}{۲m}\Rightarrow\frac{k_A}{k_B}=(\frac{p_A}{p_B})^{۲}(\frac{m_B}{m_A})}\frac{k_A}{k_B}=(\frac{۴}{۳})^{۲}(\frac{۵}{۸})\Rightarrow\frac{k_A}{k_B}=\frac{۱۶}{۹}\times\frac{۵}{۸}=\frac{۱۰}{۹}\Rightarrow\frac{k_A}{k_B}$$
$$=\frac{۱۰}{۹}$$

۷۹۳. گزینه ۳

$$K=\frac{p^{۲}}{۲m}\to\frac{K^{۲}}{K_{۱}}=(\frac{p_{۲}}{p_{۱}})^{۲}\xrightarrow[p_{۲}=(p_{۱}+۵/۶)]{K_{۲}=۱/۴۴K_{۱}}\frac{۱۴۴}{۱۰۰}=(\frac{p_{۱}+۵/۶}{p_{۱}})^{۲}\to\frac{۱۲}{۱۰}=\frac{p_{۱}+۵/۶}{p_{۱}}$$
$$۱۲p_{۱}=۱۰p_{۱}+۵۶\to ۲p_{۱}=۵۶\to p_{۱}=۲۸\frac{kg\cdot m}{s}$$

۷۹۴. گزینه ۱

$$K=\frac{p^{۲}}{۲m}\to K_{۲}=K_{۱}-\frac{۳}{۴}K_{۱}=\frac{۱}{۴}K_{۱}$$
$$m_{۲}=۱۶m_{۱}\Rightarrow\frac{K_{۲}}{K_{۱}}=(\frac{p_{۲}}{p_{۱}})^{۲}\times\frac{m_{۱}}{m_{۲}}\Rightarrow\frac{۱}{۴}=(\frac{p_{۲}}{p_{۱}})^{۲}\times\frac{m_{۱}}{۱۶m_{۱}}$$
$$\frac{۱}{۴}=(\frac{p_{۲}}{p_{۱}})^{۲}\times\frac{۱}{۱۶}\Rightarrow(\frac{p_{۲}}{p_{۱}})^{۲}=۴\to(\frac{p_{۲}}{p_{۱}})=۲$$

۷۹۵. گزینه ۱ با توجه به رابطهٔ بین تکانه، انرژی جنبشی و جرم متحرک داریم:

$$K=\frac{p^{۲}}{۲m}\Rightarrow\frac{K_A}{K_B}=(\frac{p_A}{p_B})^{۲}\times\frac{m_B}{m_A}\xrightarrow{p_A=p_B}\frac{K_A}{K_B}=\frac{m_B}{m_A}\xrightarrow[m_A=۲kg]{K_A=۴K_B}۴=\frac{m_B}{۲}\to m_B=۸kg$$

۷۹۶. گزینه ۴ می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار تکانه بر حسب زمان در هر لحظه، اندازه‌ی برایند نیروی وارد بر جسم در آن لحظه را نشان می‌دهد $(\vec{F}=\frac{d\vec{p}}{dt})$ بنابراین مطابق نمودار سوال، از لحظه‌ی $t_{۱}=۰$ تا $t_{۲}=۱۵s$، برایند نیروهای وارد بر جسم ثابت و برابر با $F_{۱}=\frac{۳۰-۰}{۱۵-۰}=۲N$ و از لحظه‌ی $t_{۲}=۱۵s$ تا لحظه‌ی $t_{۳}=۲۰s$ برایند نیروهای وارد بر جسم ثابت و برابر با $F_{۲}=\frac{۰-۳۰}{۲۰-۱۵}=-۶N$ بوده است. چون از لحظه‌ی $t=۱۵s$ به بعد نیروی $\vec{F}$ قطع شده است، بنابراین در راستای افق فقط نیروی اصطکاک جنبشی بر جسم اثر می‌کند که اندازه‌ی آن برابر با $f_k=۶N$ است. بنابراین در بین لحظه‌های $t_{۱}=۰$ تا $t_{۲}=۱۵s$ می‌توان نوشت:

$$F - f_k = ۲ \xrightarrow{f_k=۶N} F - ۶ = ۲ \Rightarrow F = ۸N$$

۷۹۷. گزینه ۳ نمودار $p-t$ یک سهمی است و باتوجه به تقارن سهمی، در $t = ۲s$ اندازه تکانه $p = ۱\dfrac{kg \cdot m}{s}$ است و چون سهمی است، داریم:

$$p = at^۲ + bt + p_۰ = at^۲ + bt + ۱$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{t_۱=۱s} p_۱ = ۰ \Rightarrow a + b + ۱ = ۰ \\ \xrightarrow{t_۲=۲s} p_۲ = ۱\dfrac{kg \cdot m}{s} \Rightarrow ۴a + ۲b + ۱ = ۱ \end{cases} \Rightarrow P = t^۲ - ۲t + ۱$$

ثانیه سوم حرکت، بازه زمانی بین لحظه‌های $t = ۲s$ تا $t' = ۳s$ است. بنابراین داریم:

$$p = mv \Rightarrow \Delta p = m\Delta v \Rightarrow \Delta v = \frac{۱}{m}\Delta p = ۲\Delta p$$

$$p = t^۲ - ۲t + ۱ \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{t=۲s} p = ۱\dfrac{kg \cdot m}{s} \\ \xrightarrow{t=۳s} p = ۴\dfrac{kg \cdot m}{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta v = ۲\Delta p = ۲(۴ - ۱) \Rightarrow \Delta v = ۶\frac{m}{s}$$

۷۹۸. گزینه ۴ می‌دانیم که سطح محصور بین منحنی $F - t$ و محور زمان معرف تغییرات تکانه‌ی جسم است. بنابراین:

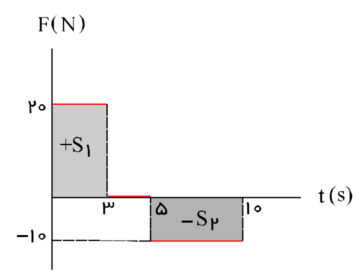
$$\Delta p = S_۱ - S_۲$$

$$\Delta p = (۲۰ \times ۳) - (۵ \times ۱۰) = ۱۰\frac{kg \cdot m}{s}$$

از طرفی: $\Delta p = m \cdot \Delta v$

$$۱۰ = ۲(v_۲ - ۱۰)$$

$$۵ = v_۲ - ۱۰ \Rightarrow v_۲ = ۱۵\frac{m}{s}$$



۷۹۹. گزینه ۳ باتوجه به رابطهٔ تغییر اندازهٔ حرکت داریم:

$$\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v} \xrightarrow{\vec{g}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}} \Delta\vec{p} = m\Delta t\vec{g}$$

$$\xrightarrow[\vec{g}=-۱۰\vec{j}(\frac{m}{s^۲})\ ,\ \Delta t=۶-۲=۴s]{\Delta\vec{p}=-۲۵\vec{j}(\frac{kg \cdot m}{s})} -۲۵\vec{j} = ۴m \times (-۱۰\vec{j}) \Rightarrow m = \frac{۲۵}{۴۰}kg = ۶۲۵g$$

۸۰۰. گزینه ۲ ابتدا زمان حرکت جسم را به دست می‌آوریم. در لحظه‌ای جسم در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد که $F = f_{s,\max}$ شود.

$$f_{s,\max} = \mu_s mg = ۰/۴ \times ۲/۵ \times ۱۰ = ۱۰N$$

باتوجه به اینکه نمودار اندازهٔ نیرو برحسب زمان به صورت خط راست است، معادلهٔ آن را به دست می‌آوریم و لحظه‌ای

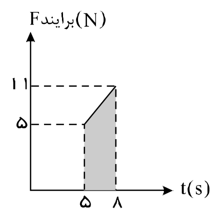
که جسم در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد را به دست می‌آوریم:

$$F = ۲t \xrightarrow{F=۱۰N} t = \frac{۱۰}{۲} = ۵s$$

پس از این لحظه نیروی اصطکاک وارد بر جسم از نوع جنبشی می‌شود.

$$f_k = \mu_k mg = ۰/۲ \times ۲/۵ \times ۱۰ = ۵N \xrightarrow[F=۲t]{F_{\text{برآیند}}=F-f_k} F_{\text{برآیند}} = ۲t - ۵$$

اکنون نمودار نیروی برایند وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. (در لحظات $t \leq ۵s$ جسم در حالت سکون و برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است.)



مساحت محصور بین نمودار نیرو – زمان و محور زمان برابر با میزان تغییر اندازهٔ حرکت است.

$$\Delta p = \frac{(۵+۱۱)}{۲} \times (۸-۵) = ۲۴ \frac{kg \cdot m}{s}$$

۸۰۱. گزینه ۱ باتوجه به مفهوم تکانه می‌توان گفت: $F_{av} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v$

و همچنین می‌دانیم سطح زیر نمودار $F - t$ معرف Δp یا همان $\Delta p = F_{av} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v$ می‌باشد، پس:

$$S_۱ + S_۲ = m \cdot \Delta v \Rightarrow (۰/۵ \times ۲۰) + (۰/۵ \times ۱۰) = ۲ \cdot \Delta v \Rightarrow \Delta v = ۷/۵ \frac{m}{s}$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت:

$$\Delta v = v_۱ - v_۰ \Rightarrow ۷/۵ = v_۱ - ۰ \Rightarrow v_۱ = ۷/۵ \frac{m}{s}$$

۸۰۲. گزینه ۴ طبق قانون دوم نیوتون، نیروی خالص متوسط وارد بر جسم برابر است با:

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

از طرف دیگر مساحت سطح زیر نمودار نیرو – زمان برابر با تغییرات تکانه است. بنابراین داریم:

$$F_{av} = \frac{۱۴/۴}{(۴/۹ - ۳/۷)} \Rightarrow F_{av} = ۱۲N$$

۸۰۳. گزینه ۱ می‌دانیم که سطح محصور بین نمودار نیرو - زمان و محور زمان برابر با Δp است، بنابراین داریم:

$$\Delta p = \frac{۱۵ \times ۳}{۲} \Rightarrow \Delta p = ۲۲/۵ kg \cdot m/s$$

برای تعیین اندازهٔ نیروی خالص متوسط وارد بر توپ، داریم:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{۲۲/۵}{۳} \Rightarrow F_{av} = ۷/۵N$$

۸۰۴. گزینه ۳ با توجه به تعریف نیروی متوسط داریم:

$$t_۱ = ۱s \Rightarrow \vec{p}_۱ = ۳\vec{i} - ۸\vec{j}$$

$$t_۲ = ۳s \Rightarrow \vec{p}_۲ = ۲۷\vec{i} - ۲۴\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}_{av} = \frac{(۲۷\vec{i} - ۲۴\vec{j}) - (۳\vec{i} - ۸\vec{j})}{۲} = ۱۲\vec{i} - ۸\vec{j}(N)$$

۸۰۵. گزینه ۲ نیروی خالص متوسط وارد بر جسم از رابطهٔ $F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ و Δp از مساحت محصور بین نمودار تکانه – زمان و محور زمان به‌دست می‌آید.

اگر مساحت را برحسب مربع‌های تقسیم شده روی نمودار بشمریم، داریم:

$$\underset{۰-t_۱}{\Delta p} = \frac{۷ \times ۴}{۲} = ۱۴kg \cdot m/s \quad , \quad \underset{t_۱-t_۲}{\Delta p} = ۴ + \frac{۵ \times ۲}{۲} = ۹kg \cdot m/s$$

$$\frac{F_{av}}{F'_{av}} = \frac{\frac{۱۴}{۴}}{\frac{۹}{۲}} = \frac{۷}{۹}$$

۸۰۶. گزینه ۲

$$\left.\begin{aligned} x &= t^۲ + ۴t - ۲ \\ x &= \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t + x_۰ \end{aligned}\right\} \Rightarrow (a = ۲m/s^۲) \, , \, (v_۰ = ۴m/s) \, , \, (x_۰ = -۲m)$$

معادلهٔ سرعت – زمان : $v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۲t + ۴$

$$t_۱ = ۱s \Rightarrow v_۱ = ۲ \times ۱ + ۴ \Rightarrow v_۱ = ۶m/s$$

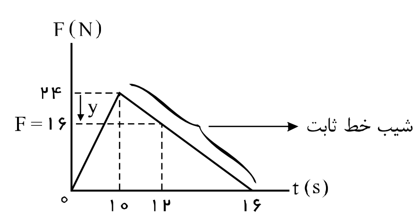
$$t_۲ = ۳s \Rightarrow v_۲ = ۲ \times ۳ + ۴ \Rightarrow v_۲ = ۱۰m/s$$

$$\Delta p = m\Delta v = ۰/۵(۱۰ - ۶) = ۲kg \cdot m/s$$

۸۰۷. گزینه ۳ طبق رابطهٔ $\bar{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$، مساحت محصور بین نمودار نیرو – زمان و محور زمان برابر با Δp (تغییرات تکانه) است.

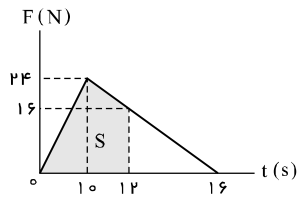
۸۰۸. گزینه ۲ می‌دانیم $\bar{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ نیروی خالص متوسط است، از طرفی هم مساحت زیر نمودار $F - t$ برابر با Δp است.

پس ابتدا برای محاسبهٔ Δp، مساحت زیر نمودار تا لحظهٔ $t = ۱۲s$ را بدست می‌آوریم. به کمک درون یابی (شیب خط مقدار نمودار در $t = ۱۲s$ را مشخص می‌کنیم.



$$\frac{-۲۴}{۶} = \frac{-y}{۲} \rightarrow y = ۸$$

حال با داشتن مقادیر مساحت زیر نمودار از ۰ تا $۱۲s$ را بدست می‌آوریم:



$$S = S_{\text{مثلث}} + S_{\text{ذوزنقه}} = S_{\text{مثلث بزرگ}} - S_{\text{مثلث کوچک}} = (\frac{۱۶ \times ۲۴}{۲}) - (\frac{۱۶ \times ۴}{۲}) = ۱۶۰$$

$$\Rightarrow \Delta p = ۱۶۰(N \cdot S) \Rightarrow \bar{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{۱۶۰}{۱۲} = \frac{۴۰}{۳}(N)$$

۸۰۹. گزینه ۱ طبق رابطهٔ $p = mv$ داریم:

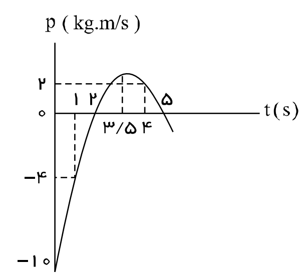
$$v = \frac{p}{m} = \frac{t^۳ - ۳t + ۱}{۲} = \frac{۱}{۲}t^۳ - \frac{۳}{۲}t + \frac{۱}{۲}$$

حال با استفاده از رابطهٔ شتاب متوسط، داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۴ - v_۰}{۴} = \frac{(\frac{۱}{۲} \times ۴^۳ - \frac{۳}{۲} \times ۴)}{۴} = ۶/۵\frac{m}{s^۲}$$

۸۱۰. گزینه ۳ با رسم نمودار تکانه برحسب زمان می‌توان گزینه‌ها را بررسی کرد:

$$p = -(t^۲ - ۷t + ۱۰) = -(t - ۲)(t - ۵)$$



گزینهٔ «۱»:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{۲ - (-۴)}{۴ - ۱} = \frac{۶}{۳} = ۲N$$

گزینهٔ «۲»: طبق نمودار در $t = ۳/۵s$ شیب خط مماس بر نمودار صفر است، بنابراین نیروی خالص نیز در $t = ۳/۵s$ صفر است.

گزینهٔ «۳»:در نمودار $p - t$، با گذشت زمان، اگر به محور t نزدیک شویم، حرکت کندشونده و اگر از محور t دور شویم، حرکت تندشونده است. طبق نمودار از $t = ۰$ تا $t = ۲s$ حرکت کندشونده و از $t = ۲s$ تا $t = ۳s$ حرکت

تندشونده است.

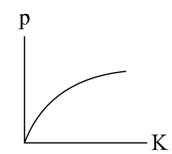
گزینهٔ «۴»: در $t = ۴s$، مقدار تکانه برابر با $۲\dfrac{kg \cdot m}{s}$ است. در نتیجه:

$$K = \frac{p^۲}{۲m} = \frac{(۲)^۲}{۲(۰/۵)} = ۴J$$

۸۱۱. گزینه ۱ با توجه به رابطهٔ انرژی جنبشی برحسب اندازهٔ تکانه داریم:

$$K = \frac{p^۲}{۲m} \Rightarrow p = \sqrt{۲mK}$$

بنابراین نمودار تکانه برحسب انرژی جنبشی جسم به صورت زیر است.

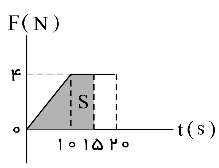


$$m = ۱/۵kg \xrightarrow{p=\sqrt{۲mK}} p = \sqrt{۳K} \xrightarrow{K=۱۲J} p = ۶N \cdot s$$

۸۱۲. گزینه ۲

مساحت سطح محصور بین نمودار نیرو - زمان و محور زمان برابر با تغییر تکانه است.

بنابراین داریم:



$$\Delta p = S$$

$$p_۲ - p_۱ = S \xrightarrow[\text{از حال سکون به حرکت در آمده است.}]{p_۱ = mv_۱ = ۰} p_۲ = S = \frac{(۱۵+۵) \times ۴}{۲} = ۴۰\frac{kg \cdot m}{s}$$

۸۱۳. گزینه ۳

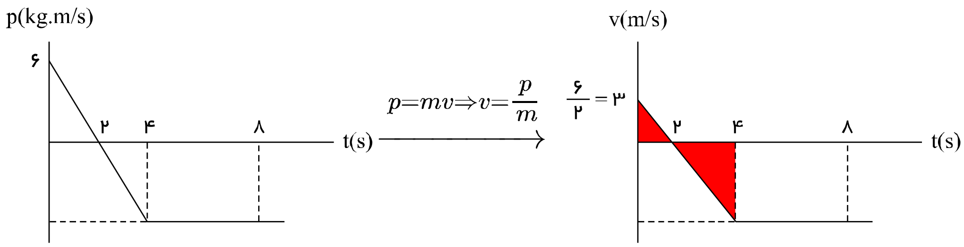
این سئوال به دنبال شتاب محرک است. پس اگر $\dfrac{\Delta p}{\Delta t}$ یعنی نیروی متوسط موثر وارد بر چسم را یافته و به جرم جسم تقسیم کنیم، شتاب جرکت بدست می‌آید.

$$p = ۴۰t + ۲۵ \xrightarrow{t=۰} \boxed{p_۰ = ۲۵}$$

$$p_۰ = mv_۰ \to ۲۵ = ۵m \to m = ۵kg$$

$$F = ma = \frac{\Delta p}{\Delta t} \xrightarrow[t_۱=۱s]{t_۰=۰s} ۵a = \frac{۶۵-۲۵}{۱-۰} \to \boxed{a = ۸\frac{m}{s^۲}}$$

۸۱۴. گزینه ۴ نمودار سرعت-زمان را از روی نمودار تکانه-زمان رسم می‌کنیم، برای این کار محور قائم را به جرم جسم تقسیم می‌کنیم، یعنی:



با استفاده از تشابه مثلثها، سرعت جسم در لحظهٔ t=۴s را می‌یابیم، به عبارتی داریم:

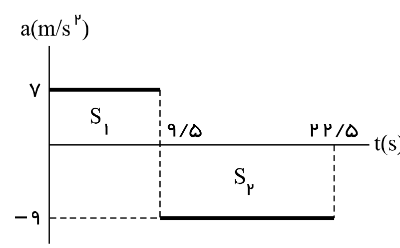
$$\begin{cases} t=۴s \\ v=-۳\frac{m}{s} \end{cases}$$

شتاب در $۴s$ تا $۸s$ صفر است. یعنی سرعت جسم در این بازه، ثابت و همان $-۶\frac{m}{s}$ است

حال برای تعیین شتاب متوسط در این ۸ ثانیه داریم: $(\Delta v = v - v_{\circ} = ۳۶\frac{m}{s})$

$$a_{av}\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{-۶}{۸}=-\frac{۳}{۴}\frac{m}{s^۲}$$

۸۱۵. گزینه ۲ مساحت زیر نمودار $a-t$ برابر Δv بنابراین، پس از یافتن Δv ، می‌توان $m\Delta v$ یعنی تغییر تکانه را یافت

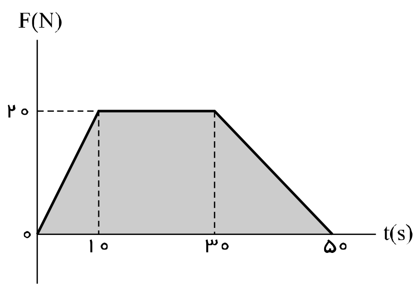


$$\Delta v = |-S_۲| = |-۹\times ۱۳|$$
$$\Delta v = |-۱| = ۱\frac{m}{s}$$
$$p = m\Delta v = ۳۲\times ۱۱۷ = ۳۷۴۴\frac{kgm}{s}$$

۸۱۶. گزینه ۲ مساحت محصور بین نمودار نیرو زمان بیانگر تغییرات تکانهٔ جسم است. بنابراین داریم:

$$S_{\text{ذوزنقه}} = ۲۰\times(\frac{۲+۱۰}{۲}) = ۱۲۰ \to \Delta p = ۱۲۰kg\frac{m}{s}$$
$$|\vec{F}_{av}| = \frac{|\Delta\vec{p}|}{\Delta t} = \frac{۱۲۰}{۱۰} = ۱۲N$$

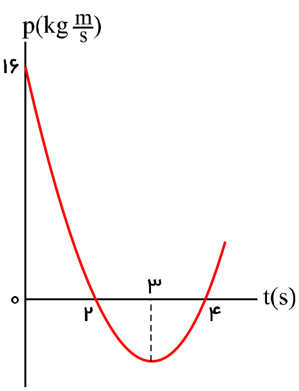
۸۱۷. گزینه ۳



می‌دانیم که سطح محصور بین نمودار نیرو - زمان و محور زمان برابر تغییر تکانهٔ جسم است. بنابراین داریم:

$$S=\Delta p \xrightarrow{\Delta p=F_{net_{av}}\cdot\Delta t} F_{net_{av}}=\frac{\Delta p}{\Delta t}=\frac{S_{F-t}}{\Delta t}\Rightarrow F_{net_{av}}=\frac{\frac{۵۰+۲۰}{۲}\times ۲۰}{۵۰}\to F_{net_{av}}=۱۴N$$

۸۱۸. گزینه ۲



ابتدا معادلهٔ سهمی را می‌نویسیم. با توجه به ریشه‌های معادلهٔ سهمی و عرض از مبدأ آن، بدیهی است که معادلهٔ سهمی به‌صورت زیر است:

$$p=۲(t-۲)(t-۴)=۲t^۲-۱۲t+۱۶$$

حال در دو لحظهٔ $t_۱=۳s$ و $t_۲=۵s$ داریم:

$$p=۲t^۲-۱۲t+۱۶\Rightarrow\begin{cases}t_۱=۳s\Rightarrow p_۱=-۲\dfrac{kg\cdot m}{s}\\ t_۲=۵s\Rightarrow p_۲=۶\dfrac{kg\cdot m}{s}\end{cases}$$

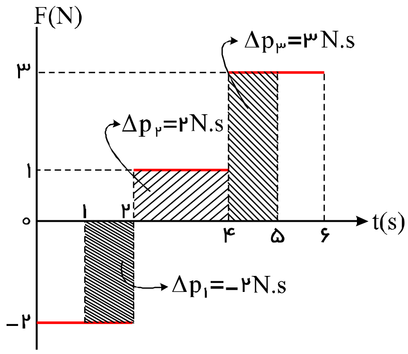
$$F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t}=\frac{۶-(-۲)}{۵-۳}\Rightarrow F_{av}=۴N$$

۸۱۹. گزینه ۱ نیروی خالص متوسط با آهنگ تغییر تکانه برابر است؛ یعنی:

$$\vec{F}_{av}=\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}\Rightarrow\begin{cases}\vec{p}=(۳t-۶)\vec{i}\xrightarrow{t_۱=۱s}\vec{p}_۱=-۳\vec{i}\\ \vec{p}=(۳t-۶)\vec{i}\xrightarrow{t_۲=۳s}\vec{p}_۲=۳\vec{i}\end{cases}$$

$$\vec{F}_{av}=\frac{\vec{p}_۲-\vec{p}_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۳\vec{i}-(-۳\vec{i})}{۳-۱}\Rightarrow\vec{F}_{av}=۳\vec{i}$$

۸۲۰. گزینه ۱ می‌دانیم که سطح محصور بین نمودار نیرو ـ زمان و محور زمان، با تغییرات تکانهٔ جسم برابر است؛ بنابراین داریم:



$$\Delta p = \Delta p_۱ + \Delta p_۲ + \Delta p_۳ = -۲ + ۲ + ۳ \Rightarrow \Delta p = ۳N \cdot s$$

از طرفی برای تعیین نیروی متوسط مؤثر وارد بر جسم داریم:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۵ - ۱ = ۴s]{\Delta p = ۳N \cdot s} F_{av} = \frac{۳}{۴} N$$

و در نهایت برای تعیین شتاب متوسط داریم:

$$a_{av} = \frac{F_{av}}{m} = \frac{\frac{۳}{۴}}{۰/۵} \Rightarrow a_{av} = ۱/۵ \frac{m}{s^۲}$$

۸۲۱. گزینه ۳ بزرگی نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$p = t^۲ - ۵t + ۶ \begin{cases} t_۱ = ۱ \Rightarrow p_۱ = ۲N \cdot S \\ t_۲ = ۲/۵ \Rightarrow p_۲ = -۰/۲۵ N \cdot S \end{cases}$$

$$F_{av} = \left| \frac{\Delta p}{\Delta t} \right| = \left| \frac{p_۲ - p_۱}{t_۲ - t_۱} \right| = \left| \frac{-۰/۲۵ - ۲}{۲/۵ - ۱} \right| = \frac{۲/۲۵}{۱/۵} \Rightarrow F_{av} = \frac{۳}{۲} N$$